答案与提示

第 7 章　数据的收集、整理、描述

7.1　普查与抽样调查

能力题型设计

★速效基础演练

1. C　[提示]因为 A 项和 B 项的调查有破坏性,D 项的调查对象太多,所以都不适合普查,只有 C 项的调查必须全面调查才能保证安全.
2. A　[提示]B 项调查人数较少,适宜普查;C、D 项事关重大,后果严重,适宜普查;A 项调查人数多,适宜抽样调查.
3. C　[提示]样本容量是 300.
4. D　[提示]对样本的选取需要具有代表性、随机性和广泛性. 选项 A、B、C 中,所抽取的样本不具有代表性.
5. B　[提示]由于该问题涉及的人较多,不适于普查,所以 A 选项不合适;在网上随机调查或在学校随机调查得到的结果,代表性差,所以 C、D 选项不合适.
6. 2 500 件包装食品的质量　2 500 × 2% 件(50 件)包装食品的质量　50
7. 条形　[提示]条形统计图可清楚地表示具体数目.

★知能提升突破

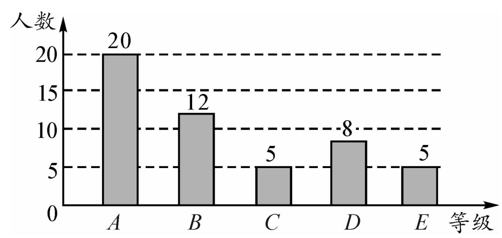
1. C　[提示]由于“嫦娥一号”卫星所用零部件要求必须十分精密,所以必须采用普查方式,而 D 选项所需数据不用十分精确,况且普查所需人力、物力消耗太大,故不用普查,A、B 两个选项所调查的对象不具有代表性,所以也不适合.
2. B　[提示]日光灯管厂要检测一批灯管的使用寿命,应采用抽样调查方式,故 A 选项错误;了解衢州市每天的流动人口数和居民日平均用水量,由于调查对象很多,应采用抽样调查方式,因此 B 选项正确,C 选项错误;飞机飞行事关重大且后果严重,旅客上飞机前的安检必须采用普查方式,所以 D 选项错误.
3. C　[提示]①④的调查具有破坏性,②的调查工作量太大,这三个都适合用抽样调查.
4. B　[提示]3 万名学生的数学成绩是总体,所以选项 C 不正确;500 名考生的数学成绩是总体的一个样本,所以选项 A 也不正确;由于选项 D 中所说的样本容量带有单位,因此选项 D 也不正确.
5. 170 万人的出行情况　1 万户家庭中的被调查者的出行情况　3 万
6. (1)82　(2)200　(3)56　(4)159　[提示](1)不吸烟者中赞成在餐厅彻底禁烟的人数是 82;(2)(82 + 24) ÷ 53% = 200(人);(3)200 × 28% = 56(人);(4)300 × 53% = 159(万人).∴ 该市现有人口中赞成在餐厅彻底禁烟的人数约有 159 万人.
7. 解:(1)中的抽样不太合适,抽样时,应该让成绩好、中、差的同学都有代表参加.
   (2)中上海市的经济发达,公民受教育程度较高,不具有代表性.
   (3)中青少年不仅仅是中学生,还有为数众多的非中学生,中学生对网络的态度不代表青少年对网络的态度.
   (4)中由于抽样是随机的,因此可以认为抽样合适.
   (5)中调查的人数太少,各年级的情况可能有所不同,因此抽样不合适.

7.2　统计表、统计图的选用

能力题型设计

★速效基础演练

1. B　[提示]由表格知超载所占的百分比最大.
2. D　[提示]该调查方式是抽样调查. $a = 50 - 6 - 10 - 6 - 4 = 24$.
3. D　[提示]丁占的百分比最大.
4. A　[提示]观察折线图知这 6 个月的月平均用水量是(8 + 12 + 10 + 15 + 6 + 9) ÷ 6 = 10(吨),故选 A.
5. 216　[提示]由题意得,50 个人里面坐公交车的人数所占的比例为 $\frac{15}{50} \times 100\% = 30\%$. 故估计全校坐公交车到校的学生有 720 × 30% = 216(人).
6. 解:(1)由题意得 $\frac{20}{40\%} = 50$. ∴ 样本容量为 50. 补图如下:



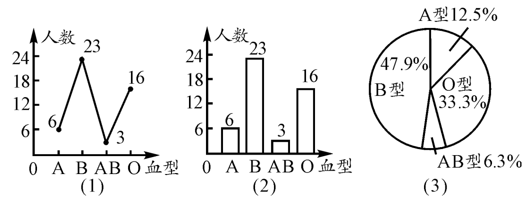
第 6 题图

   (2)由题意得 $\frac{37}{50} \times 500 = 370$(人).
   答:估计该企业参加本次安全生产知识测试成绩(等级)达到优秀的员工的总人数为 370 人.

★知能提升突破

1. D　[提示]由图得,A 项 2010 年到 2011 年的 GDP 增长大于 1 000 亿元,但 2011 年到 2012 年的 GDP 增长小于 1 000 亿元,故两次增长率必不相同. B 项 2012 年的 GDP 小于 8 000 亿元,而 2008 年的 GDP 大于 4 000 亿元,所以没有翻一番. C 项 2010 年 GDP 接近 6 000 亿元,图中很显然超过 5 500 亿元.
2. D　[提示]本题容易错选 C. 从图上观察,折线有升有降,则误认为这 7 年中,每年的国内生产总值有增有减,忽略了本图是“国内生产总值年增长率变化示意图”,而不是“国内生产总值变化示意图”,年增长率都是正数,说明这 7 年中每年的国内生产总值都在不断增长,所以 C 项是正确的,D 项是不正确的.
3. 14　[提示](13 × 4 + 14 × 7 + 15 × 4) ÷ (4 + 7 + 4) = 14.
4. 40%　[提示]总人数是 50 + 80 + 30 + 40 = 200(人),则报名参加甲组和丙组的人数之和占所有报名人数的百分比为 $\frac{50 + 30}{200} \times 100\% = 40\%$.
5. 解:全班有 6 + 23 + 3 + 16 = 48(人).

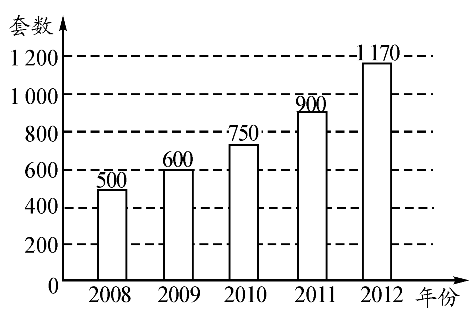
A 型:6÷48×100% =12.5%,360°×12.5% =45°.
B 型:23÷48×100% ≈47.9%,360°×47.9% ≈172.4°.
AB 型:3÷48×100% ≈6.3%,360°×6.3% ≈22.7°.
O 型:16÷48×100% ≈33.3%,360°×33.3% ≈119.9°.
根据上述结果绘制的统计图分别如图(1)(2)(3)所示.



第 5 题图

6. 解:(1)小丽的说法不正确.
理由:由折线统计图可知,该市 2011 年新建保障房的套数比 2010 年增加了 20%. 2010 年新建保障房的套数为 750 套,2011 年新建保障房的套数为 750×(1+20%)=900 套.
所以小丽的说法不正确.
(2)如图.

某市 2008～2012 年新建保障房套数条形统计图



第 6 题图

(3)$\frac{500+600+750+900+1\,170}{5}=784$(套).

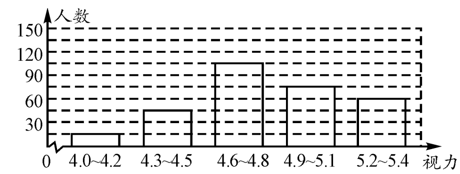
7.3　频数和频率

7.4　频数分布表和频数分布直方图

能力题型设计

★速效基础演练

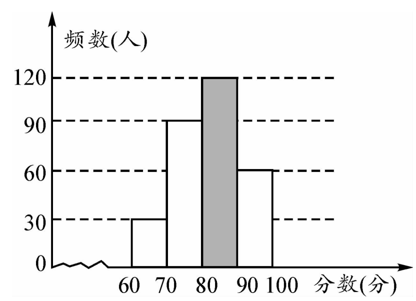
1. C　[提示]$\frac{40-19}{4}=5.25$,应分为 6 组.
2. B
3. A　[提示]该班 A 型血的人数为 40×0.4=16.
4. A　[提示]由于总数为 30 人,可以算出仰卧起坐次数在 15～20 次之间的频数为 30－10－12－5=3,所以 15～20 次之间的频率为 3÷30=0.1.
5. D　[提示]由图可知得分在 50～60 分之间的有 4 人,在 60～70 分之间的有 12 人,在 70～80 分之间的有 14 人,在 80～90 分之间的有 8 人,在 90～100 分之间的有 2 人,从而知 A、C 正确;总人数为 4+12+14+8+2=40(人),B 正确;而及格的人数为 12+14+8+2=36(人),故 D 错误.
6. 360　[提示]$\frac{45}{100}\times800=360$(套).
7. 250　12 000　40%　[提示]由题意知 $30\div\frac{3}{25}=250$,即本次抽查了 250 名学生,∵ 样本中视力不小于 4.8 的学生占 $\frac{10}{25}$,∴ 全市有 $30\,000\times\frac{10}{25}=12\,000$ 名初中生的视力正常,视力正常的学生占学生总数的百分比为 $\frac{10}{25}\times100\%=40\%$.
8. 解:(1)这次调查的人数是 15÷0.05=300(人),所以 $a=300\times0.25=75$,$b=60\div300=0.2$. 因为 $a=75$,所以 4.9～5.1 的人数是 75,补图如图所示.
(2)根据题意得 5 600×(0.25+0.2)=2 520(人). 答:该县初中毕业生视力正常的学生有 2 520 人.



第 8 题图

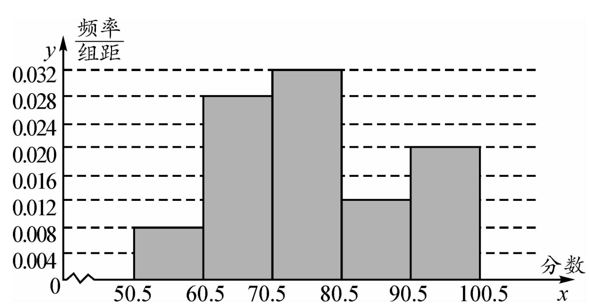
★知能提升突破

1. C　[提示]样本容量为 6+10+12+16+6=50,$\frac{12}{50}=0.24$,300×0.24=72.
2. D　[提示]∵ 在 154.5～157.5 范围的数有 3 个,在 157.5～160.5 范围的数有 5 个,而小长方形的高的比就是相应范围内的数据个数比,因此其比为 3∶5.
3. 8　[提示]50×16% =8,所以落在该组的频数为 8.
4. (1)300;(2)120　0.3
(3)补全频数分布直方图,如图所示.



第 4 题图

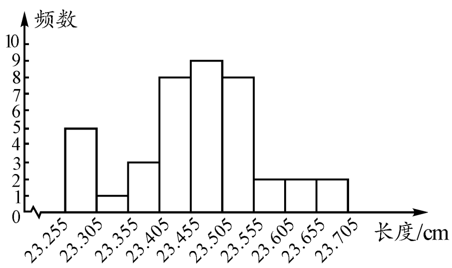
(4)1 200.
5. 解:(1)0.32　6　0.12　50
补全频率分布直方图如图所示.



第 5 题图

(2)0.32+0.12+0.20=0.64<0.70,说明该校的学生心理健康状况不正常,需要加强心理辅导.
6. 解:列频数分布表如下:

分数	频数
23.255～23.305	5
23.305～23.355	1
23.355～23.405	3
23.405～23.455	8
23.455～23.505	9
23.505～23.555	8
23.555～23.605	2
23.605～23.655	2
23.655～23.705	2



第 6 题图

根据上表，画出频数分布直方图，如图.

知识与能力同步测控题

1. D [提示]一般来说，对于具有破坏性的调查、无法进行的普查、普查的意义和价值不大时，应选择抽样调查，对于精确度要求高的调查，事关重大的调查一般用普查.

2. B [提示]根据总体、个体、样本、样本容量的定义进行解答. ∵ 抽查的是"五一"期间每天乘车人数，∴ "五一"期间每天乘车人数是个体. 故选 B.

3. D [提示]舞蹈的划记为 6 人是正确的，百分数为 $\frac{6}{50}\times 100\%=12\%$，百分数也正确，故 D 选项正确.

4. B

5. C [提示]不及格的 5 人占总人数的 2%，故总人数为 $5\div 2\%=250$，良和优占总人数的 72%，故达到良和优的人数为 $250\times 72\%=180$.

6. B [提示]每 10 万人受教育程度所占百分比从大学、高中、初中、小学依次递增.

7. D [提示]各数据小组的频率之和等于 1，因此第 5 组的频率为 0.15. 由统计图中组距可看出，大于或等于 80 分的频率的和为 0.45，故调查报告优秀篇数为 $60\times 0.45=27$.

8. 1 000 部某型号手机的质量　抽取的 100 部某型号手机的质量

9. 10　20%　[提示]第 5 组的频数 $=50-(3+10+12+15)=10$，百分比 $=\frac{10}{50}\times 100\%=20\%$.

10. 30%　60%　10%

11. 50 [提示]注意样本容量不带单位.

12. 70.8° [提示]由题意得圆心角应为

$$360^\circ\times\frac{120}{120+120+110+150+80+30}\approx 70.8^\circ.$$

13. 45　7 800 [提示]由题图可知每周的热线电话有 $30\div\frac{72^\circ}{360^\circ}=150$（个），故环境保护的热线电话有 $150\times\frac{360^\circ-72^\circ-36^\circ-144^\circ}{360^\circ}=45$（个），一年内的热线电话有 $150\times 52=7\ 800$（个）.

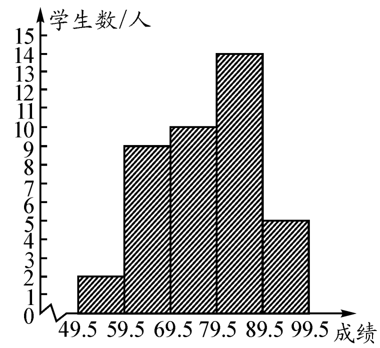
14. 15 [提示]$25\div 50\%=50$（人），$50-25-10=15$（人），∴ 参加乒乓球活动的人数为 15 人.

15. 300 [提示]$\frac{30}{150}\times 1\ 500=300$（人）.

16. 解：(1) 补全频数分布表如下：

成绩段	49.5～59.5	59.5～69.5	69.5～79.5	79.5～89.5	89.5～99.5
划记	丅	正F	正正	正正F	正
频数	2	9	10	14	5

补全频数分布直方图如图所示.



第 16 题图

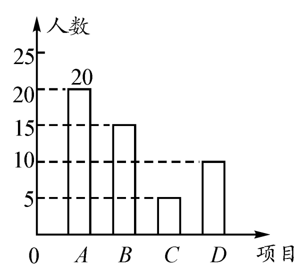
(2) 及格率为 $\frac{40-2}{40}\times 100\%=95\%$，优秀率为 $\frac{5}{40}\times 100\%=12.5\%$.

(3) 从题图中可以清楚地看出 79.5 分到 89.5 分这个分数段的学生数最多，49.5 分到 59.5 分这个分数段的学生数最少.

17. 解：(1) 40%　144°

(2) 抽查的学生总人数为 $15\div 30\%=50$（人），$50-5-15-10=20$（人），补全条形统计图如图所示.

(3) $1\ 000\times 10\%=100$（人）. 答：全校最喜欢踢毽子的学生人数约是 100 人.



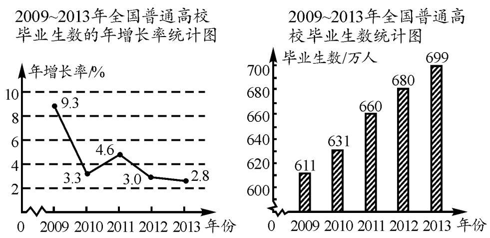
第 17 题图

18. 解：(1) $\frac{699-680}{680}\times 100\%\approx 2.8\%$，故 2013 年全国普通高校毕业生数年增长率约是 2.8%.

(2) 设 2011 年的毕业生人数约是 x 万人，根据题意得 $\frac{x-631}{631}\approx 4.6\%$，解得 $x\approx 660$，故 2011 年全国普通高校毕业

生数约是 660 万人.

(3)补全统计图如图所示.



第 18 题图

19. 解:(1)略.

(2)∵ 选择题满分是 3 分,正确的选项是 C,∴ 全体学生该题的平均得分为$\frac{90\times3}{120}=2.25$(分). 答:全体学生该题的平均得分是 2.25 分.

20. 解:(1)参与调查的学生及家长总人数是:$(16+4)\div5\%=400$(人). 故填 40°.

(2)"基本了解"的人数是:$73+77=150$(人),则对应的圆心角的度数是:$360°\times\frac{150}{400}=135°$. 故填 135.

(3)"非常了解"所对应的学生人数是:$400-83-77-73-54-31-16-4=62$(人). 故填 62.

(4)调查的学生的总人数是 $62+73+54+16=205$(人),对校园安全知识达到"非常了解"和"基本了解"的学生人数是 $62+73=135$(人),则全校 1 200 名学生中达到"非常了解"和"基本了解"的学生人数是 $1\,200\times\frac{135}{205}\approx790$(人).

第 8 章　认识概率

8.1　确定事件与随机事件

能力题型设计

★速效基础演练

1. C　[提示]A 为必然事件,B 为必然事件,C 为不确定事件,由于面积相等的三角形不一定全等,D 为必然事件.
2. C　[提示]从题意中知道,A、B、D 选项都是随机事件.
3. D　[提示]A 选项,购买一张彩票中奖是随机事件;B 选项,打开电视,正播放广告也是随机事件;C 选项,抛掷一枚硬币,正面向上是随机事件;而 D 选项,一个袋中只装有 5 个黑球,从中摸出一个球必然是黑球,故选 D.
4. 随机

★知能提升突破

1. D　[提示]A、B、C 选项都是随机事件.
2. C　[提示](1)、(3)属于随机事件;(2)属于必然事件;(4)属于不可能事件,因此确定事件为(2)、(4).
3. C　[提示]A、D 为不可能事件,B 为随机事件.
4. (1)随机事件;(2)不可能事件;(3)随机事件;(4)必然事件.

8.2　可能性的大小

能力题型设计

★速效基础演练

1. B　[提示]回答问题的是男同学比回答问题的是女同学的可能性小,所以这两个事件的发生不是等可能的.
2. C　[提示]地球绕着太阳转是必然事件.
3. C　[提示]掷一枚均匀的骰子会出现 6 种等可能的结果,所以朝上的点数是 2 与朝上的点数是 5 的可能性一样大.
4. 正正,正反,反正,反反　等可能
5. 所有等可能的配对结果为:(苹果,胶水)、(苹果,文具盒)、(篮球,胶水)、(篮球,文具盒)、(钢笔,胶水)、(钢笔,文具盒),共 6 种.
6. 解:小明的想法不对,是正品的可能性大.

★知能提升突破

1. D　[提示]通过比较四个选项中可能性的大小筛选答案.
2. 同学丙　[提示]转盘 A、B 中阴影区域的面积都占圆面积的一半.
3. 解:有 6 个不同的三位数:123,132,213,231,312,321,它们是等可能的.
4. 略.
5. 解:他们三个人的说法都是正确的.

任意抽取一张,有 52 种等可能的情形,其中方块 6 和红桃 6 都是只有一种情形,抽到 6 和抽到 K 都是 4 种情形,抽到小于 7 的牌和大于 7 的牌都是 24 种情形.

8.3　频率与概率

能力题型设计

★速效基础演练

1. D　[提示]不确定事件发生的概率为 $0<P(A)<1$.
2. C　[提示]本市明天降水概率是指降水发生的可能性大小,而不是指多少地区或多少时间降水,故选 C.
3. D　[提示]对于一般的随机事件,在进行大量重复试验的过程中,随着试验次数的增加,一个事件出现的频率,总在一个固定数(概率)的附近摆动.
4. D　[提示]A 选项中 10 次试验,次数太少,不能说明问题. 抛掷骰子试验是一个随机事件,不能说每 6 次就有 1 次掷得 6(确定事件). 彩票的中奖机会是 2% 也是一个随机事件,而买 100 张彩票一定会有 2 张中奖是一个必然事件(确定事件). 因此 B、C 都不正确.
5. 0.8
6. $\frac{1}{3}$　[提示]抛掷一枚质地均匀的正方体骰子,共 6 种情况,掷得面朝上的点数大于 4 的有 5 和 6 两种情况,所以掷得面朝上的总数大于 4 的概率是 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.
7. $\frac{1}{4}\pi$　[提示]扇形 ABD 的面积为 $\frac{1}{4}\pi\times1^2=\frac{1}{4}\pi$,正方形 $ABCD$ 的面积为 1,则所求概率为 $\frac{\frac{1}{4}\pi}{1}=\frac{1}{4}\pi$.
8. 解:根据概率的意义,可以认为概率大约为 $\frac{250}{2000}=12.5\%$.

$100\,000\times12.5\%=12\,500$(人),故该镇约有 12 500 人看中央电视台的早间新闻.

★知能提升突破

1. D [提示]不同的人做同一试验,在大量重复试验后,虽然两人得出某事件发生的频率不相等,但都会在某一固定数的附近摆动,概率是相等的(在同一条件下). 所以 A 选项是错误的. B 选项从袋中摸一次可能摸到黑球,也可能摸到白球,但不一定有摸一次一定摸到黑球,但摸黑球可能性较大. C 选项是随机事件,抛掷硬币 2 次,不一定会出现一次正面,一次反面,还可能有两次都是正面,两次都是反面等情况.

2. A [提示]①②③均科学.

3. A [提示]都为$\frac{1}{1+3+5+1}=\frac{1}{10}$.

4. 3

5. $\frac{1}{5}$ [提示]指针落在 B 区域的概率为$\frac{2}{1+2+3+4}=\frac{1}{5}$.

6. 0.000 25 [提示]由表格信息知:在 10 万张彩票中奖金不少于 1 000 元的彩票数量为 $1+4+20=25$ 个,所以购买 1 张彩票所得奖金不少于 1 000 元的概率是$\frac{25}{100\ 000}=\frac{1}{4\ 000}$(或 0.000 25).

7. 设袋中原有的黄豆数为 x 颗,则$\frac{100}{100+x}=0.04$,解得 $x=2\ 400$. 所以袋中原有的黄豆数为 2 400 颗.

8. 解:(1)0.6;(2)0.6 0.4;(3)黑球有 $20\times0.4=8$(个),白球有 $20\times0.6=12$(个);(4)①先向袋内放入 10 个除颜色外均相同的黑色球;②模拟试验:记录摸球次数 n 和摸到黑球次数 m,当 n 很大时,算出$\frac{m}{n}$的值,从而估算出摸到黑球的概率为$\frac{m}{n}$;③设袋中有 x 个白球,由$\frac{10}{10+x}=\frac{m}{n}$,得 $x=\frac{10n}{m}-10$,即可算出白球的个数.

知识与能力同步测控题

1. B [提示]从中任意摸出一个球,有可能得到红球,也有可能得到黄球.

2. D [提示]①③④是不可能事件.

3. A 4. B 5. B

6. B [提示]随着粒数的增多,发芽的频率接近 0.95.

7. B [提示]设写有问题的卡片有 x 张,则有 $20:(20+x)=2:10$,$x=80$.

8. C [提示]共有 9 种等可能情况,其中(1,1),(2,2),(3,3)共 3 个点在直线 $y=x$ 上,因此所求概率为$\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$.

9. 随机 不可能 小于

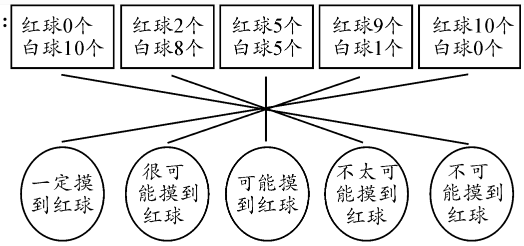
10. 0.12 11. 24 12. 15

13. 接近$\frac{1}{6}$

14. $m+n=8$ [提示]P(任取一个球是白球)$=P$(任取一个球不是白球)即$\frac{8}{m+8+n}=\frac{1}{2}$,解得 $m+n=8$.

15. 解:(1)都可能发生. 因为口袋中既有红球又有白球. (2)因为口袋中有 40 个红球,10 个白球;红球的个数比白球的个数多,所以摸出红球的可能性大一些.

16. 解:



第 16 题图

17. 解:(1)0.9 0.9;

(2)①4.5;

②$18\div0.9-5=15$(万棵).

答:该地区还需移植这种树苗约 15 万棵.

18. 解:(1)转第二次"总分为 100"和"爆掉"的可能性相同. 因为第一次转到了数字是 5,要总分为 100,第二次只能转到数字为 95,要爆掉第二次只能转到 100,而在 20 个数字中,95、100 各出现了一次.

(2)不应该转第二次,因为第二次转到的数字与 65 之和大于 100 时就会"爆掉",在这 20 个数字中,大于 35 的数有 13 个,小于等于 35 的数有 7 个,因此第二次转后"爆掉"的可能性大.

19. 解:由转盘知平均数增加 1 的可能性最大,设添加的数为 x,则由 $(2+3+7)\div3=4$,$2+3+7+x=4\times(4+1)$,$\therefore x=8$. 因此添加 8 的可能性最大.

20. 解:(1)所有等可能的结果共有 16 种. 藏在阴影砖下的结果共有 4 种,

所以 P(宝物藏在阴影砖下)$=\frac{4}{16}=0.25$;

(2)各组试验中构成钝角三角形的频率依次约为 0.24,0.26,0.21,0.22,0.22.

所以 P(构成钝角三角形)$=0.22$.

21. 解:(1)P(1 000 元)$=\frac{1}{9}$;

(2)P(翻到奖金)$=\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}=\frac{1}{3}$;

(3)P(翻不到奖金)$=1-P$(翻到奖金)$=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$.

22. 解:(1)出现和为 7 的概率约为 0.33.

(2)列表格(见下边)或树状图可知,一共有 12 种可能的结果,

和 甲 乙	2	3	4	x
2		5	6	$2+x$
3	5		7	$3+x$
4	6	7		$4+x$
x	$2+x$	$3+x$	$4+x$	

由(1)知,出现和为 7 的概率约为 0.33.

$\therefore$ 和为 7 出现的次数为 $0.33\times12=3.96\approx4$.

若 $2+x=7$,则 $x=5$,此时 P(和为 7)$=\frac{1}{3}\approx0.33$,符合题意.

若 $3+x=7$,则 $x=4$,不符合题意.

若 $4+x=7$,则 $x=3$,不符合题意.

所以 $x=5$.

第9章　中心对称图形
——平行四边形

9.1　图形的旋转

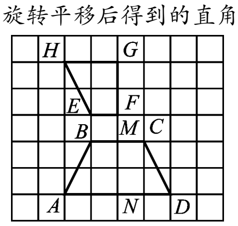
能力题型设计

★速效基础演练

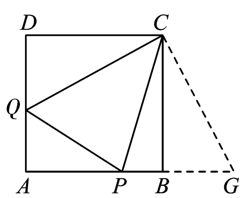
1. A　[提示]钟摆的摆动是绕着钟面的中心(钟轴)旋转.
2. C
3. A　[提示]旋转角$\angle A'CA=40°$.
4. $120°$　[提示]由旋转图形的性质知$\angle A_1=\angle A=60°$，$\angle A_1CB_1=180°-\angle A_1-\angle B_1=180°-60°-90°=30°$，$\angle A_1CB=\angle ACA_1-\angle ACB=\angle ACA_1-\angle A_1CB_1=150°-30°=120°$
5. 2π　[提示]$\angle PBP'=90°$，点P所走过的路径的长$=\dfrac{90\pi\times4}{180}=2\pi$.

★知能提升突破

1. B　[提示]根据图形得$BP=BP_1$，$BM=BM_1$，$BN=BN_1$，由旋转的性质知点B为旋转中心.
2. 60　1　等边　[提示]由旋转图形性质知$\angle ABE=\angle C=60°$，$BE=DC=1\text{cm}$，$\angle EAB=\angle DAC$，$\therefore\angle EAD=\angle BAC=60°$，又$AE=AD$. $\therefore\triangle ADE$为等边三角形.
3. (1)旋转中心是O点，旋转角是$\angle AOC$(或$\angle BOD$).
   (2)经过旋转，点A、B分别移动到点C、D的位置.
   (3)$AO=CO$，$BO=DO$
   (4)$\angle AOC=\angle BOD$
4. 解：(1)6时24$\dfrac{6}{11}$分或6时40$\dfrac{10}{11}$分；(2)95°.
5. 解：(1)如图，拼成等腰梯形$ABCD$；(2)如图，在网格上画出了旋转平移后得到的直角梯形$HEFG$.



第5题图



第6题图

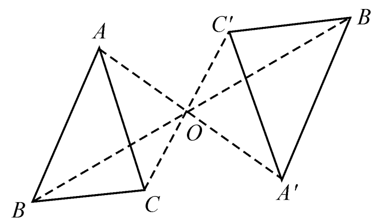
6. 解：$\because\triangle APQ$的周长为2，正方形的边长为1，则由$AP+AQ+PQ=2$可得$PQ=1-AP+1-AQ=PB+DQ$. 可将$\triangle CDQ$绕点C逆时针旋转90°到$\triangle CBG$处，点G必在AB的延长线上，$\therefore CQ=CG$，$DQ=BG$. 又$\because PQ=PB+DQ$，$\therefore PQ=PG$. 又$\because CP=CP$，$\therefore\triangle CQP\cong\triangle CGP(\text{SSS})$. $\therefore\angle QCP=\angle GCP$. 又$\because\angle QCG=\angle QCB+\angle BCG=\angle QCP+\angle PCG=90°$，$\therefore\angle PCQ=45°$.

9.2　中心对称与中心对称图形

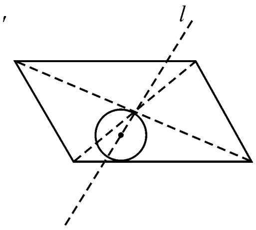
能力题型设计

★速效基础演练

1. D
2. C　[提示]成中心对称的两个图形，对应点的连线被对称中心O平分，即$CO=C'O$，$BO=B'O$.
3. B　[提示]此图形绕正方形中心旋转180°后，与原图形重合，不管沿哪条直线对折，两边图案都不重合.
4. 解：①连接OA并延长到A'，使$OA'=OA$，则得到点A的对称点A'；②同理画出点B、C的对称点B'、C'；③顺次连接A'、B'、C'三点，$\triangle A'B'C'$为所求.



第4题图

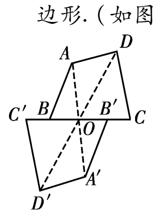


第5题图

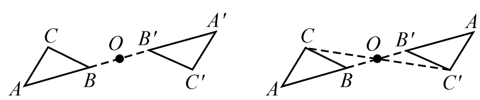
5. 解：如图，过平行四边形两对角线的交点和圆心作直线l，则直线l为所求.

★知能提升突破

1. B　[提示]第二、三个图案既是轴对称图形又是中心对称图形.
2. B　[提示]由题意易知，每旋转4次会出现位置完全相同的两个图形，因为10被4整除余2，所以第10次旋转后得到的图形与图②相同，故答案选B.
3. 平移　A
4. 解：(1)连接AO、DO.
   (2)延长AO、DO、CO，使$OA'=OA$、$OC'=OC$、$OD'=OD$，并在OC上截取$OB'=OB$.
   (3)连接$A'B'$、$C'D'$、$D'A'$，则四边形$A'B'C'D'$为所求作的四边形.(如图)



第4题图



(1)　　(2)

第5题图

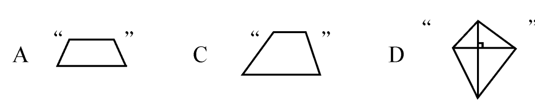
5. 解法一：如图(1)所示，根据观察，B与B'应是对称点，连接BB'，用刻度尺找出BB'的中点O，则点O即为所求作点.
   解法二：如图(2)所示，根据观察，B与B'、C与C'应是两组对称点，连接BB'、CC'，BB'与CC'交于点O，则点O即为所求作点.

9.3　平行四边形

能力题型设计

★速效基础演练

1. D　[提示]平行四边形两条对角线互相平分.
2. D　[提示]▱AEOG、▱BGOF、▱FOHC、▱EOHD、▱ABFE、▱DEFC、▱ADHG、▱HGBC、▱ABCD.
3. B　[提示]可举反例：



第3题图

4. (1)3　(2)11
5. 40　[提示]遇到30°角时，应把该角放在直角三角形中，这样可求出平行四边形一边上的高.
6. 证法1：由题意知：$AB\underline{\parallel}CD$，$\angle BAM=\angle DCN$，且$AM=CN$，
   $\therefore\triangle ABM\cong\triangle CDN(\text{SAS})$，$\therefore BM=DN$，

同理可证$\triangle ADM\cong\triangle CBN$,

$\therefore DM=BN$,

$\therefore$四边形$BMDN$为平行四边形.

证法2:连接BD交AC于O,由平行四边形性质可得$OB=OD,OA=OC$.

$\because AM=CN,\therefore OM=ON$.

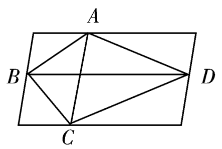
$\therefore$四边形$BMDN$为平行四边形.

★知能提升突破

1. A [提示]$\because$四边形$ABCD$是平行四边形,$\therefore AD\parallel BC$,$\therefore\angle ADE=\angle DEC$.又$\because ED$平分$\angle ADC$,$\therefore\angle ADE=\angle CDE$,$\therefore\angle CED=\angle EDC$.$\therefore EC=DC=AB$.又$\because BC=AD$,$\therefore BE=BC-EC=8-6=2(\text{cm})$.

2. 9 cm [提示]$\because PM\parallel CA,PN\parallel BA$,$\therefore$四边形$AMPN$是平行四边形.又$\because AB=AC,PN\parallel AB$,$\therefore\angle NPC=\angle B=\angle C$,$\therefore PN=CN$,$\therefore AN+PN=AN+CN=AC=9(\text{cm})$.

3. 能.如图所示,连接AC、BD,过A、C两点分别作BD的平行线,再过B、D两点分别作AC的平行线,所画出的四条直线所围成的图形即为要求扩建后的池塘.



第3题图

4. $\because S_{\square ABCD}=BC\cdot AE=CD\cdot AF$,$\therefore 4BC=6CD$.$\because 2(BC+CD)=40$,$\therefore BC+CD=20$,$\therefore BC=12$,$\therefore S_{\square ABCD}=12\times4=48$.

5. (1)证明:$\because$四边形$ABCD$是平行四边形,$\therefore DC\parallel AB$,$\angle DCB=\angle DAB=60°$,$\therefore\angle ADE=\angle CBF=60°$.$\because AE=AD,CF=CB$,$\therefore\triangle AED$,$\triangle CFB$是正三角形.在$\square ABCD$中,$AD=BC,DC=AB$,$\therefore ED=BF$,$\therefore ED+DC=BF+AB$,即$EC=AF$.又$\because DC\parallel AB$,即$EC\parallel AF$,$\therefore$四边形$AFCE$是平行四边形.

(2)上述结论还成立.

证明:$\because$四边形$ABCD$是平行四边形,

$\therefore\angle DCB=\angle DAB,AD=BC,DC\underline{\parallel}AB$,

$\therefore\angle ADE=\angle CBF.\because AE=AD,CF=CB$,

$\therefore\angle AED=\angle ADE,\angle CFB=\angle CBF$,$\therefore\angle AED=\angle CFB$,

又$\because AD=BC$,$\therefore\triangle ADE\cong\triangle CBF$.$\therefore ED=FB$.

$\because DC=AB$,$\therefore ED+DC=FB+AB$,即$EC=FA$,

又$\because DC\parallel AB$,即$EC\parallel AF$,$\therefore$四边形$AFCE$是平行四边形.

9.4 矩形、菱形、正方形

能力题型设计

★速效基础演练

1. C 2. A 3. D

4. B [提示]由$\angle1=\angle4,\angle2=\angle3$可得$AD\parallel BC,AB\parallel CD$,所以四边形$ABCD$是平行四边形.又$\angle1=\angle3$,所以$AD=CD$,所以四边形$ABCD$是菱形.

5. 4 [提示]$\because$四边形$AEPH$、$FCGP$均为正方形,$\therefore AE=EP=PH=HA,FC=CG=GP=PF$.由题意知四边形$BFPE$是矩形.$\therefore PF=EB$,$\therefore$两个小正方形的周长之和为$4AE+4EB=4(AE+EB)=4AB=4$.

6. 32

7. $\angle BAD=90°$或$AD\perp AB$或$AC=BD$,证明略.

8. 解:$\because S_{菱形}=\dfrac{1}{2}AC\cdot BD=\dfrac{1}{2}\times16\times12=96(\text{cm}^2)$.

又$\because AC\perp BD$,$\therefore$在$\text{Rt}\triangle AOB$中,$AB=\sqrt{8^2+6^2}=10(\text{cm})$.

又$\because S_{菱形}=AB\cdot DH=10\cdot DH=96$,$\therefore DH=9.6\text{cm}$.

9. 解:$\because$四边形$ABCD$是矩形,$\therefore\angle ABC=90°$,

$\because ME\perp AB,MF\perp BC$,$\therefore\angle MEB=\angle MFB=90°$,$BE\parallel MF,EM\parallel BF$.

$\therefore$四边形$EBFM$是矩形.

$\because BM$平分$\angle ABC,ME\perp AB,MF\perp BC$,$\therefore ME=MF$,$\therefore$矩形$EBFM$是正方形.

★知能提升突破

1. A 2. C

3. C [提示]由题意可知$\triangle AEB\cong\triangle AEB_1$,$\triangle C_1EF\cong\triangle CEF$,$AB=AB_1$,$BE=B_1E$,$EC_1=EC$,$\angle BAE=\angle EAB_1=30°$.由矩形$ABCD$得$\angle B_1AC_1=30°$,即$\angle BAE=\angle B_1AC_1$.又$\because\angle ABE=\angle AB_1C_1=90°$,$\therefore\triangle ABE\cong\triangle AB_1C_1$,$BE=B_1C_1=B_1E$.在$\triangle ABE$中,$AB=\sqrt{3}$,$\angle BAE=30°$,设$BE=x$,则$AE=2x$,由勾股定理得$(2x)^2-x^2=3$,解得$x=1$,即$BE=B_1C_1=B_1E=1$,$EC_1=2=EC$,$\therefore BC=BE+EC=1+2=3$.

4. 1 $\sqrt{3}-1$ [提示]作$PE\perp CD$于E,$\because\angle PCD=30°$,$\therefore PE=\dfrac{1}{2}PC=\dfrac{1}{2}BC=1$,$S_{\triangle PCD}=\dfrac{1}{2}CD\cdot PE=1$,$S_{\triangle BPD}=S_{\triangle PBC}+S_{\triangle CDP}-S_{\triangle BCD}=\sqrt{3}-1$.

5. 证明:(1)$\because$四边形$ABCD$是平行四边形,

$\therefore AO=CO$.

又$\because\triangle ACE$是等边三角形,$\therefore EO\perp AC$,即$DB\perp AC$.

$\therefore$平行四边形$ABCD$是菱形.

(2)$\because\triangle ACE$是等边三角形,$\therefore\angle AEC=60°$.

$\because EO\perp AC$,$\therefore\angle AED=\dfrac{1}{2}\angle AEC=30°$.

$\because\angle AED=2\angle EAD$,$\therefore\angle EAD=15°$.

$\therefore\angle ADO=\angle EAD+\angle AED=45°$.

$\because$四边形$ABCD$是菱形,

$\therefore\angle ADC=2\angle ADO=90°$.$\therefore$四边形$ABCD$是正方形.

9.5 三角形的中位线

能力题型设计

★速效基础演练

1. C [提示]由三角形中位线的性质知$BC=2DE$.

2. D [提示]D选项只是轴对称图形.

3. C [提示]A选项是轴对称图形,B、D两个选项既不是轴对称图形,也不是中心对称图形.

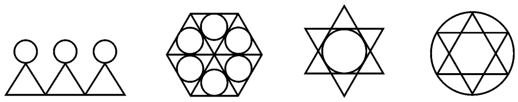
4. C [提示]利用三角形中位线的性质,找出$\triangle DEF$与$\triangle ABC$的三边关系.$\because D$、E、F分别为$\triangle ABC$三边的中点,$\therefore DF=\dfrac{1}{2}BC,DE=\dfrac{1}{2}AC,EF=\dfrac{1}{2}AB$,$\therefore DE+EF+DF=\dfrac{1}{2}AC+\dfrac{1}{2}AB+\dfrac{1}{2}BC=\dfrac{1}{2}(AC+AB+BC)$.$\therefore\triangle ABC$的周长$=2\triangle DEF$的周长$=2\times10=20$.

5. C [提示]因为三角形的中线、角平分线、中位线在三角形的内部,而钝角三角形的高在三角形的外部.

6. 20 [提示]本题考查了矩形的性质、三角形中位线的性质和勾股定理.在$\text{Rt}\triangle ABC$中,$\because AB=5,BC=AD=12$,由勾股定理可得$AC=13$.$\because O$是矩形$ABCD$的对角线AC的中点,M是AD的中点,$\therefore OM=\dfrac{1}{2}CD=2.5$,$BO=\dfrac{1}{2}AC=6.5$,$AM=$

$\frac{1}{2}AD=6$,∴ 四边形 $ABOM$ 的周长 $=AB+BO+OM+MA=5+6.5+2.5+6=20$.

7. 答案不唯一,符合要求即可,可参考图(1)~(4).



一顶王冠 (1)　一个飞行器 (2)　一朵盛开的花 (3)　奖牌 (4)

第 7 题图

★知能提升突破

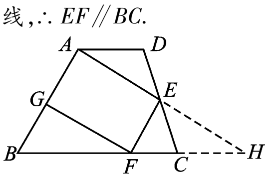
1. D [提示]根据对称性可知,EF 垂直平分 DA,∴ $EF/\!/BC$,∴ $\angle AEF=\angle FED=\angle EDB=\angle B$,则 $EB=ED=EA$. 同理 $FA=FD=FC$,∴ EF 为△ABC 的中位线,$EF=\frac{1}{2}BC=4.5$,∴ △DEF 的周长为 15.5.

2. D [提示]由题意可得 $BC=\sqrt{BD^2+CD^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$,∵ E、F、G、H 分别是 AB、AC、CD、BD 的中点,∴ $EF \mathrel{\underline{\parallel}} \frac{1}{2}BC$,$HG \mathrel{\underline{\parallel}} \frac{1}{2}BC$,∴ $EF \mathrel{\underline{\parallel}} HG$,∴ 四边形 $EFGH$ 为平行四边形,$EF=HG=\frac{1}{2}BC=\frac{5}{2}$,又 $EH \mathrel{\underline{\parallel}} \frac{1}{2}AD$,$EH=\frac{1}{2}AD=3$,所以▱$EFGH$ 的周长为 $\frac{5}{2}\times2+3\times2=11$.

3. 12 [提示]∵ 点 E、F 分别是四边形 $ABCD$ 中 AD、AB 边上的中点,∴ EF 是△ABD 的中位线,∴ $EF=\frac{1}{2}BD$,且 $EF/\!/BD$. 同理,$HG=\frac{1}{2}BD$,且 $HG/\!/BD$,∴ $EF=HG$,且 $EF/\!/HG$,同理,$EH/\!/FG$,$EH=FG=\frac{1}{2}AC$,∴ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形,∵ $AC\perp BD$,∴ $EF\perp EH$,∴ 四边形 $EFGH$ 的面积 $S=EF\cdot EH=\frac{1}{2}BD\cdot\frac{1}{2}AC$,∵ $AC=8$,$BD=6$,∴ 四边形 $EFGH$ 的面积为 12.

4. 证明:∵ $DC=AC$,CF 平分 $\angle ACD$,∴ F 是 AD 的中点,又 E 是 AB 的中点,∴ EF 是△ABD 的中位线,∴ $EF/\!/BC$.

5. 证明:如图,延长 AE、BF 相交于点 H. ∵ $AD/\!/BC$,∴ $\angle ADE=\angle HCE$. 在△ADE 和△HCE 中,∵ $\angle ADE=\angle HCE$,$DE=CE$,$\angle AED=\angle HEC$,∴ △ADE≌△HCE. ∴ $AE=HE$. 又∵ $AG=BG$,$GF/\!/AE$,∴ $BF=FH$. ∴ EF 为△ABH 的中位线,∴ $EF=\frac{1}{2}AB=AG$.



第 5 题图

知识与能力同步测控题

1. C [提示]A、B 两选项既是中心对称图形又是轴对称图形,D 选项只是轴对称图形.

2. B [提示]A、C、D 选项中分别注意扑克牌图案的细微区别.

3. B [提示]平面镶嵌时同一顶点处各角的和为 360°,正方形内角 90°,等边三角形内角 60°,则 $2\times90°+3\times60°=360°$.

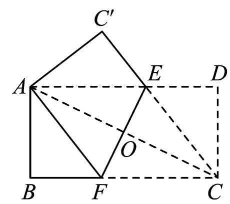
4. D [提示]只有正方形才能重合.

5. C [提示]△CDE 的周长 $=AD+DC$.

6. D [提示]连接 BF. ∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形,∴ $\angle ACB=\angle ACD=\frac{1}{2}\times80°=40°$,∵ $AB/\!/DC$,∴ $\angle BAC=\angle ACD=40°$. ∵ EF 是 AB 的垂直平分线,∴ $AF=BF$. ∴ $\angle ABF=\angle BAC=40°$,∴ $\angle BFC=\angle ABF+\angle BAC=40°+40°=80°$. 由对称性可知,$\angle CFD=\angle BFC=80°$. 在△$CDF$ 中,$\angle CDF=180°-\angle CFD-\angle ACD=180°-80°-40°=60°$.

7. C [提示]当 $DF=BE$ 时,由平行四边形的性质可得 $AB=CD$,$\angle B=\angle D$,利用 SAS 可判定△CDF≌△ABE;当 $AF=CE$ 时,由平行四边形的性质可得:$BE=DF$,$AB=CD$,$\angle B=\angle D$,利用 SAS 可以判定△CDF≌△ABE;当 $CF=AE$ 时,由平行四边形的性质可得:$AB=CD$,$\angle B=\angle D$,利用 SSA 不能判定△CDF≌△ABE;当 $CF/\!/AE$ 时,由平行四边形的性质可得:$AB=CD$,$\angle B=\angle D$,$\angle AEB=\angle CFD$,利用 AAS 可判定△CDF≌△ABE.

8. A [提示]如图,连接 EC,由折叠的对称性可以判定四边形 $AFCE$ 为菱形.



第 8 题图

$S_{菱形AFCE}=\frac{1}{2}AC\cdot EF=FC\cdot AB$.

在 Rt△ABF 中,设 $AF=x$,则 $BF=8-x$,

∵ $AF^2=AB^2+BF^2$,∴ $x^2=4^2+(8-x)^2$,

∴ $x=5$. 在 Rt△ABC 中,$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=4\sqrt{5}$,

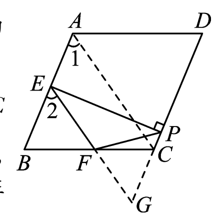
∴ $\frac{1}{2}\times4\sqrt{5}\cdot EF=5\times4$,得 $EF=2\sqrt{5}$. 故选 A.

9. 平行四边形 [提示]由 $a^2+b^2+c^2+d^2=2ac+2bd$ 得 $(a-c)^2+(b-d)^2=0$,即 $a=c$,$b=d$,故该四边形为平行四边形.

10. 90°

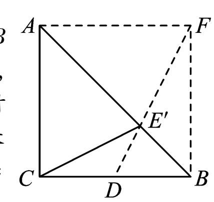
11. $BE=DF$,答案不唯一.

12. 55° [提示]如图,延长 EF 交 DC 的延长线于点 G,连接 AC,则 $\angle1=\frac{1}{2}\angle BAD=55°$. ∵ E、F 分别是 AB、BC 的中点,∴ EF 是△ABC 的中位线,∴ $EF/\!/AC$,∴ $\angle2=\angle1=55°$. 易证△EBF≌△GCF,∴ $EF=FG$. 又∵ $EP\perp CD$,∴ △EPG 是直角三角形,∴ $PF=GF$,∴ $\angle FPC=\angle G$. ∵ $AB/\!/DC$,∴ $\angle G=\angle2=55°$. ∴ $\angle FPC=55°$.



第 12 题图

13. $\sqrt{5}$ [提示]如图,以 AC、CB 为边,AB 为对角线构造正方形 $ACBF$,连接 FD,交 AB 于点 E',此时 $FE'=CE'$,根据对称性和两点之间线段最短得 FD 的长即为 $EC+ED$ 的最小值,$FD=\sqrt{BD^2+FB^2}=\sqrt{5}$.



第 13 题图

14. 2 [提示]①当 P 移动到 C 时,易得 $\angle APE=90°$;②当 $DP=DE$ 时,$DC=AB$,$BC=DE$,此时有 $BP=AB$,所以 $\angle EPD=\angle APB=45°$,则 $\angle APE=90°$.

15. 解:(1)旋转中心是 B 点,$\angle ABA'$,$\angle CBC'$都是旋转角;
(2)经过旋转,点 A、D、C 分别转动到了 A'、D'、C'的位置;
(3)旋转前后两个正方形的形状和大小不变,即为全等图形.

16. 解:在 Rt△ABD 中,$AB=\sqrt{AD^2+BD^2}=5$,∴ $DC=AB=5$.

$\because S_{\square ABCD}=CD\cdot BF=AD\cdot BD$，$\therefore BF=\dfrac{AD\cdot BD}{CD}=\dfrac{12}{5}$.

17. 解：$\because$ 四边形 $MFEN$ 是由四边形 $MADN$ 翻折得到的，

$\therefore DN=EN$. 又$\because$ 点 E 是 BC 的中点，$\therefore CE=\dfrac{1}{2}BC=4$ cm，

设 $CN=x$ cm，则 $DN=EN=(8-x)$ cm. 在Rt$\triangle ECN$中，由勾股定理得 $EN^2=CN^2+CE^2$，即$(8-x)^2=x^2+4^2$，解得$x=3$，$\therefore$ 线段 CN 的长是 3cm.

18. 证明：(1)$\because AD/\!/EF$，$\therefore \angle FEB=\angle 2$.

$\because \angle 1=\angle 2$，$\therefore \angle FEB=\angle 1$，$\therefore BF=EF$.

$\because BF=BC$，$\therefore BC=EF$. $\therefore$ 四边形 $BCEF$ 是平行四边形.

又$\because BF=BC$，$\therefore$ 四边形 $BCEF$ 是菱形.

(2)$\because EF=BC$，$AB=BC=CD$，$AD/\!/FE$，

$\therefore$ 四边形 $ABEF$、四边形 $CDEF$ 均为平行四边形，

$\therefore AF=BE$，$FC=ED$.

又$\because AC=2BC=BD$，$\therefore \triangle ACF\cong\triangle BDE$.

19. (1)证明：由翻转 $180°$ 的定义可知：B、A、B'在同一条直线上，且 $AB=AB'$.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB/\!/CD$，$AB=CD$，

即 $AB'/\!/CD$，$AB'=CD$.

$\therefore$ 以 A、C、D、B'为顶点的四边形是平行四边形.

又$\because \angle B'AC=\angle BAC=90°$，

$\therefore$ 以 A、C、D、B'为顶点的四边形是矩形.

(2)解：由(1)知以 A、C、D、B'为顶点的四边形是矩形，

$\therefore E$ 为 AD 的中点.

$\therefore S_{\triangle ACE}=\dfrac{1}{2}S_{\triangle ACD}$.

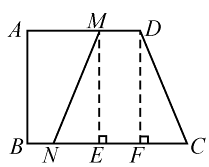
$\because S_{\triangle ACD}=\dfrac{1}{2}S_{\square ABCD}=\dfrac{1}{2}\times 12=6(\text{cm}^2)$，

$\therefore S_{\triangle ACE}=\dfrac{1}{2}\times 6=3(\text{cm}^2)$.

20. 解：(1)根据平行四边形的判定定理，当 $MD=NC$ 时，四边形 $MNCD$ 为平行四边形.

即 $15-t=2t$，解得 $t=5$.

所以当 $t=5$ 秒时，四边形 $MNCD$ 为平行四边形.



第 20 题图

(2)当 $CD=MN$ 时，四边形 $MNCD$ 是等腰梯形(如图). 作 $ME\perp BC$，$DF\perp BC$，垂足分别是 E、F，则 $ME=DF$，$NE=CF$. $\because CF=BC-AD=21-15=6$，$NF=(2t-6)$cm，$MD=15-t$，$NE=CF=6$ cm，

$\therefore NE=NF-MD=2t-6-(15-t)=6$，解得 $t=9$.

$\therefore$ 当 $t=9$ 秒时，四边形 $MNCD$ 是等腰梯形.

第 10 章　分式

10.1　分式

能力题型设计

★速效基础演练

1. C　[提示]$\dfrac{1}{x}$，$\dfrac{m}{n}$，$\dfrac{c+d}{b}$是分式，注意$\dfrac{1}{\pi}$不是分式.

2. C　[提示]由 $a+1\neq 0$ 得 $a\neq -1$.

3. B　[提示]此题易选 A.

4. 1　[提示]由$\begin{cases}|x|-1=0,\\x+1\neq 0,\end{cases}$知 $x=1$.

5. 答案不唯一.

如：有一大捆粗细均匀的钢筋，现要确定其长度，先称出这捆钢筋的总质量为 m 千克，再从中截出 5 米长的钢筋，称出它的质量为 n 千克，那么这捆钢筋的总长度为$\dfrac{5m}{n}$米.

6. 解：(1)$\dfrac{A}{B}=\dfrac{(x+2)(x-2)}{(x-2)^2}=0$，即$\begin{cases}(x+2)(x-2)=0,\\x-2\neq 0,\end{cases}$

$\therefore x=-2$.

(2)$\dfrac{B}{A}=\dfrac{(x-2)^2}{(x+2)(x-2)}$，当 $x\neq\pm 2$ 时，分式$\dfrac{B}{A}$有意义.

★知能提升突破

1. $x<3$ 且 $x\neq 0$　[提示]由$\begin{cases}x-3<0,\\x^2\neq 0,\end{cases}$知 $x<3$ 且 $x\neq 0$.

2. $\dfrac{2k}{2k+1}$

3. 解：(1)$\because$ 当$\begin{cases}x^2>0,\\2-3x>0,\end{cases}$时，$y>0$，$\therefore$ 当$x<\dfrac{2}{3}$且 $x\neq 0$时，y 的值为正数.

(2)当 $y=\dfrac{x^2}{2-3x}<0$ 时，则 $x\neq 0$ 且 $2-3x<0$，$\therefore$ 当 $x>\dfrac{2}{3}$时，y 为负数.

(3)当 $x=0$ 时，显然 $2-3x\neq 0$，$\therefore$ 当$x=0$时，分式的值为 0，即 $y=0$.

4. 解：设钢笔每支 x 元，日记本每本 y 元，则 $60(x+2y)=50(x+3y)$，则$x=3y$.

于是，这笔钱全部用于买钢笔，可买$\dfrac{60(x+2y)}{x}=100$(支).

这笔钱全部用于买日记本，可买$\dfrac{60(x+2y)}{y}=300$(本).

5. 解：$n+\dfrac{1}{n+2}=\dfrac{(n+1)^2}{n+2}$.　[提示]观察题目中给出几个等式的特点，探索其规律.

$1+\dfrac{1}{3}=\dfrac{2^2}{3}\Rightarrow 1+\dfrac{1}{1+2}=\dfrac{(1+1)^2}{1+2}$，

$2+\dfrac{1}{4}=\dfrac{3^2}{4}\Rightarrow 2+\dfrac{1}{2+2}=\dfrac{(2+1)^2}{2+2}$，

$3+\dfrac{1}{5}=\dfrac{4^2}{5}\Rightarrow 3+\dfrac{1}{3+2}=\dfrac{(3+1)^2}{3+2}$，

$4+\dfrac{1}{6}=\dfrac{5^2}{6}\Rightarrow 4+\dfrac{1}{4+2}=\dfrac{(4+1)^2}{4+2}$，

…

$n+\dfrac{1}{n+2}=\dfrac{(n+1)^2}{n+2}$.

10.2　分式的基本性质

能力题型设计

★速效基础演练

1. D　[提示]根据分式定义和分式的基本性质知 $2x-1\neq 0$ 且 $x+1\neq 0$，即 $x\neq -1$ 且 $x\neq\dfrac{1}{2}$.

2. B　[提示]$\dfrac{(ab)^2}{ab^2}=\dfrac{(ab)^2}{(ab)\cdot b}=\dfrac{ab}{b}=a$.

3. B　[提示]最简公分母为 $2a\times 3b\times(a+b)=6ab(a+b)$.

4. 50

5. (1) $-\dfrac{1}{2x}$　(2)$\dfrac{2a}{xy}$　(3) $-\dfrac{2a-b}{a-3b}$

6. 解:$\frac{x^2-1}{x^2+2x+1}=\frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)^2}=\frac{x-1}{x+1}$,

当 $x=2$ 时,原式 $=\frac{2-1}{2+1}=\frac{1}{3}$.

或$\frac{x^2+x}{x^2+2x+1}=\frac{x(x+1)}{(x+1)^2}=\frac{x}{x+1}$,

当 $x=2$ 时,原式 $=\frac{2}{3}$.

或$\frac{x^2+2x+1}{x^2-1}=\frac{(x+1)^2}{(x-1)(x+1)}=\frac{x+1}{x-1}$,

当 $x=2$ 时,原式 $=3$.

或$\frac{x^2+2x+1}{x^2+x}=\frac{(x+1)^2}{x(x+1)}=\frac{x+1}{x}$,

当 $x=2$ 时,原式 $=\frac{3}{2}$.

或$\frac{x^2-1}{x^2+x}=\frac{(x+1)(x-1)}{x(x+1)}=\frac{x-1}{x}$,

当 $x=2$ 时,原式 $=\frac{1}{2}$.

或$\frac{x^2+x}{x^2-1}=\frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)}=\frac{x}{x-1}$,

当 $x=2$ 时,原式 $=2$.(任选两个解答即可)

★知能提升突破

1. C [提示]除$\frac{x^2-1}{x^4-1}$外,其他三个都是最简分式.

2. B [提示]$\frac{x^6}{x^3}=x^3$,$\frac{m^2-9}{3-m}=\frac{(m+3)(m-3)}{-(m-3)}=-m-3$,$\frac{0.2x+0.1y}{2x-y}=\frac{2x+y}{20x-10y}$.

3. D [提示]$\frac{y}{-x-y}=-\frac{y}{x+y}$,$\frac{2x+y}{3x+y}$、$\frac{x^2+y^2}{x+y}$都是最简分式.

4. 解:(1)当 $x=1$ 或 3 时,$\frac{x-1}{(x-3)(x-1)}$无意义,只有当 $x=3$ 时,$\frac{1}{x-3}$无意义;

(2)当 $x\neq1$ 且 $x\neq3$ 时,$\frac{x-1}{(x-3)(x-1)}$有意义,只有当 $x\neq3$ 时,$\frac{1}{x-3}$有意义;

(3)当 $x\neq1$ 且 $x\neq3$ 时,$\frac{x-1}{(x-3)(x-1)}=\frac{1}{x-3}$.

10.3 分式的加减

能力题型设计

★速效基础演练

1. B [提示]$\frac{a^2}{a-b}-\frac{b^2}{a-b}=\frac{a^2-b^2}{a-b}=\frac{(a-b)(a+b)}{a-b}=a+b$.

2. C [提示]$\frac{1}{a+1}+\frac{1}{a(a+1)}=\frac{a}{a(a+1)}+\frac{1}{a(a+1)}=\frac{a+1}{a(a+1)}=\frac{1}{a}$.

3. D [提示]$\frac{a}{a-b}-\frac{b}{b-a}=\frac{a}{a-b}+\frac{b}{a-b}=\frac{a+b}{a-b}$,$\frac{m}{a}-\frac{n}{b}=\frac{mb-na}{ab}$,$\frac{b}{a}-\frac{b+1}{a}=\frac{b-b-1}{a}=-\frac{1}{a}$.

4. 1 [提示]$\frac{x^2-1}{x^2+2x+1}+\frac{2}{x+1}=\frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)^2}+\frac{2}{x+1}=\frac{x-1}{x+1}+\frac{2}{x+1}=\frac{x+1}{x+1}=1$.

5. 解:原式 $=\frac{(a+2b)(a-b)}{a^2-b^2}+\frac{2b^2}{a^2-b^2}=\frac{a^2-ab+2ab-2b^2+2b^2}{a^2-b^2}=\frac{a^2+ab}{a^2-b^2}=\frac{a(a+b)}{(a+b)(a-b)}=\frac{a}{a-b}$,

当 $a=-2,b=\frac{1}{3}$时,原式 $=\frac{-2}{-2-\frac{1}{3}}=\frac{6}{7}$.

★知能提升突破

1. D [提示]$\because\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{1}{2}$,$\therefore\frac{b-a}{ab}=\frac{1}{2}$,$\therefore\frac{ab}{b-a}=2$,$\therefore\frac{ab}{a-b}=-2$.

2. C [提示]$\because A+B=\frac{4}{x^2-4}+\frac{1}{x+2}+\frac{1}{2-x}=\frac{4}{x^2-4}+\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x-2}=\frac{4}{(x+2)(x-2)}+\frac{x-2-x-2}{(x+2)(x-2)}=\frac{4}{(x+2)(x-2)}-\frac{4}{(x+2)(x-2)}=0$.

3. 2 [提示]$\because x+\frac{1}{x}=2$,$\therefore\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=4$,$\therefore x^2+\frac{1}{x^2}+2=4$,$\therefore x^2+\frac{1}{x^2}=2$.

4. 解:$\frac{a}{b(a-b)}-\frac{b}{a(a-b)}=\frac{a^2-b^2}{ab(a-b)}=\frac{(a+b)(a-b)}{ab(a-b)}=\frac{a+b}{ab}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\sqrt{5}$.

5. 解:$\frac{s}{x}-\frac{s}{x+a}=\frac{as}{x(x+a)}$(天).

10.4 分式的乘除

能力题型设计

★速效基础演练

1. B [提示]可直接约分.

2. B [提示]原式 $=-\frac{n}{m}\times\frac{m(m-1)}{n}=-(m-1)=-m+1$.

3. D [提示]原式 $=\frac{x^4}{y^2}\cdot\frac{8y^3}{x^3}=8xy$.

4. $\frac{1}{a^2+2a}$ [提示]原式 $=\left[\frac{a-2}{a(a+2)}-\frac{a-1}{(a+2)^2}\right]\times\frac{a+2}{a-4}=\left[\frac{a^2-4}{a(a+2)^2}-\frac{a^2-a}{a(a+2)^2}\right]\times\frac{a+2}{a-4}=\frac{a-4}{a(a+2)^2}\times\frac{a+2}{a-4}=\frac{1}{a(a+2)}=\frac{1}{a^2+2a}$.

5. 解:原式 $=\frac{1-a}{a}\div\frac{(a+1)(a-1)}{a(a+1)}=\frac{1-a}{a}\times\frac{a}{a-1}=-1$.

6. 解:原式 $=(x+1)\div\frac{2x+1+x^2}{x}=(x+1)\times\frac{x}{(x+1)^2}=\frac{x}{x+1}$,

当 $x=-\frac{3}{2}$时,原式 $=3$.

★知能提升突破

1. C [提示]$m\div n\cdot\frac{1}{n}=m\times\frac{1}{n}\cdot\frac{1}{n}=\frac{m}{n^2}$.

$m\cdot n\div m\cdot n=mn\times\frac{1}{m}\times n=n^2$.

$m^3\div\frac{1}{m}\div m^2=m^3\times m\times\frac{1}{m^2}=m^2$.

2. 7 ［提示］$\because x+\frac{1}{x}=3$，$\therefore \left(x+\frac{1}{x}\right)^2=9$，$\therefore x^2+2+\frac{1}{x^2}=9$，$\therefore x^2+\frac{1}{x^2}=7$.

3. $\frac{3}{x}$ ［提示］原式 $=\frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)^2}\cdot\frac{x-1}{x(x+1)}+\frac{2}{x}=\frac{1}{x}+\frac{2}{x}=\frac{3}{x}$.

4. 解：原式 $=\frac{1}{a+1}-\frac{a+1}{(a-1)^2}\cdot\frac{a-1}{a+1}=\frac{1}{a+1}-\frac{1}{a-1}=-\frac{2}{a^2-1}$.

当 $a=\sqrt{2}$ 时，原式 $=-\frac{2}{(\sqrt{2})^2-1}=-2$.

5. 解：方法一：原式 $=\frac{x-1-x}{x-1}\cdot x(x-1)=\frac{-1}{(x-1)}\cdot x(x-1)=-x$.

方法二：原式 $=\left(1-\frac{x}{x-1}\right)\cdot x(x-1)=x(x-1)-\frac{x}{x-1}\cdot x(x-1)=x^2-x-x^2=-x$.

当 $x=-1$ 时，原式 $=1$，注意：x 不能取 0 或 1.

10.5 分式方程

能力题型设计

★速效基础演练

1. D
2. C ［提示］去分母得 $3(x-1)=2x$，$x=3$，验根知 $x=3$ 是原分式方程的根.
3. D ［提示］最简公分母为 $x(x+4)$.
4. 1 ［提示］去分母得 $a-1=x+2$，当 $x=-2$ 时，原方程有增根，此时 $a=1$.
5. 解：方程两边同时乘以 x^2-4，得 $(x-2)^2-16=(x+2)^2$，

即 $x^2-4x+4-16=x^2+4x+4$，$\therefore x=-2$.

检验：把 $x=-2$ 代入得 $x^2-4=0$，所以原方程无解.

★知能提升突破

1. C ［提示］解得 $x=3$，经检验 $x=3$ 是增根.
2. $a\leqslant-1$ 且 $a\neq-2$ ［提示］由 $\frac{a+2}{x+1}=1$ 得 $x=a+1$，根据题意知 $x\leqslant0$，$\therefore a+1\leqslant0$，即 $a\leqslant-1$，又 $x+1\neq0$，即 $x\neq-1$，$\therefore a+1\neq-1$，$\therefore a\neq-2$，因此 a 的取值范围是 $a\leqslant-1$ 且 $a\neq-2$.
3. $\frac{120}{x}-\frac{120}{1.5x}=1$ ［提示］利用加工 120 个零件，采用新工艺前时间比采用新工艺后时间多 1 小时列方程.
4. 解：设原计划每天种 x 棵树，根据题意得，

$\frac{480}{x}-\frac{480}{\frac{4}{3}x}=4$，解得 $x=30$.

经检验得出 $x=30$ 是原方程的解，且符合题意.

答：原计划每天种 30 棵树.

5. 解：设文学书的单价为 x 元，则科普书的单价为 $(x+4)$ 元.

依题意得 $\frac{12\ 000}{x+4}=\frac{8\ 000}{x}$，解得 $x=8$.

经检验 $x=8$ 是方程的解，且符合题意.

$\therefore x+4=12$，所以购进的文学书和科普书的单价分别是 8 元和 12 元.

设购进文学书 550 本后还能购进 y 本科普书.

依题意得 $550\times8+12y\leqslant10\ 000$，解得 $y\leqslant466\frac{2}{3}$.

由题意取最大整数解，即 $y=466$.

所以，至多还能购进 466 本科普书.

知识与能力同步测控题

1. A ［提示］$\frac{1}{x}$，$\frac{3}{x+y}$ 是分式.
2. A ［提示］$x^2-x=0$，即 $x=0$ 或 $x=1$；又 $x^2-1\neq0$，$\therefore x\neq\pm1$，$\therefore x=0$.
3. C ［提示］分子、分母同时乘以 10.
4. A ［提示］原式 $=\frac{a+1}{a(a-1)}\times\frac{(a-1)^2}{(a+1)(a-1)}=\frac{1}{a}$.
5. A ［提示］由 $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{1}{a+b}$，知 $(a+b)\frac{1}{a}-(a+b)\frac{1}{b}=1$，展开 $1+\frac{b}{a}-\frac{a}{b}-1=1$，$\therefore \frac{b}{a}-\frac{a}{b}=1$，$\therefore \frac{b}{a}-\frac{a}{b}-3=1-3=-2$.
6. A ［提示］由 $\frac{3}{x+3}=\frac{2}{x+k}$，知 $x=6-3k>0$，$k<2$. 又 $x\neq-3$ 且 $x\neq-k$，$\therefore 6-3k\neq-3$ 且 $6-3k\neq-k$. 即 $k\neq3$ 且 $2k\neq6$，即 $k\neq3$，综上可知 $k<2$.
7. B ［提示］由题意知 $\frac{1}{x}+\frac{1}{2x}=\frac{3}{2}$，解得 $x=1$，验根知 $x=1$ 是原方程的根.
8. B
9. 6 ［提示］当 $x=2$ 时，$x^2-5x+a=0$，即 $2^2-5\times2+a=0$，$a=6$.
10. 9 ［提示］$\because \left(\frac{x^3}{y}\right)^2\div\frac{x^2}{y^4}=3$，$\therefore \frac{x^6}{y^2}\times\frac{y^4}{x^2}=3$，$\therefore x^4y^2=3$，$(x^4y^2)^2=9$，即 $x^8y^4=9$.
11. $\frac{11}{2}$ ［提示］$\because x-y=4xy$，$\therefore \frac{2x+3xy-2y}{x-2xy-y}=\frac{2(x-y)+3xy}{(x-y)-2xy}=\frac{8xy+3xy}{4xy-2xy}=\frac{11xy}{2xy}=\frac{11}{2}$.
12. 2 ［提示］$\frac{x}{2x+3}\div\frac{3}{4x^2-9}\cdot\frac{1}{2x}\left(1+\frac{3}{2x-3}\right)=\frac{x}{2x+3}\times\frac{(2x+3)(2x-3)}{3}\cdot\frac{1}{2x}\cdot\frac{2x}{2x-3}=\frac{x}{3}$，$\therefore \frac{x}{3}=\frac{2}{3}$，$x=2$.
13. 1 ［提示］去分母得 $1+2(x-2)=-(m-x)$，当 $x=2$ 时，$m=1$.
14. 2 或 -1 ［提示］由已知得 $a+b=ck$①，$b+c=ak$②，$a+c=bk$③，三式相加得 $2(a+b+c)=(a+b+c)k$，当 $a+b+c\neq0$ 时，$k=2$，当 $a+b+c=0$ 时，$a+b=-c$，$\therefore k=-1$.
15. 解：(1) 方程两边都乘以 (x^2-1)，得 $4-(x+1)(x+2)=-(x^2-1)$，解得 $x=\frac{1}{3}$，经检验 $x=\frac{1}{3}$ 是原方程的解，$\therefore x=\frac{1}{3}$.

(2) 在方程两边同时乘以 $3(x+1)$，得 $6x=3x+3-x$，解得 $x=\frac{3}{4}$，经检验 $x=\frac{3}{4}$ 是原分式方程的解，$\therefore x=\frac{3}{4}$.

16. 解：$\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}\right)\div\frac{x}{2x^2-2}=\frac{x+1-x+1}{(x+1)(x-1)}\cdot\frac{2(x^2-1)}{x}=\frac{4}{x}$.

取 $x=2$ 代入，原式 $=\frac{4}{x}=\frac{4}{2}=2$.

注意:$x\neq0$ 且 $x\neq\pm1$.

17. 解:原式 $=\left[\frac{(a+2)(a-2)}{(a-2)^2}+\frac{1}{a-2}\right]\div\frac{2}{a(a-2)}=\left(\frac{a+2}{a-2}+\frac{1}{a-2}\right)\cdot\frac{a(a-2)}{2}=\frac{a+3}{a-2}\cdot\frac{a(a-2)}{2}=\frac{a^2+3a}{2}$,

又 $a^2+3a+1=0$,$\therefore a^2+3a=-1$,

$\therefore\frac{a^2+3a}{2}=\frac{-1}{2}=-\frac{1}{2}$.

18. 解:$\frac{x-1}{x-2}+\frac{2-x}{x+1}=\frac{2x+a}{(x-2)(x+1)}$ 去分母得,$x^2-1-(x-2)^2=2x+a$. $\therefore x=\frac{5+a}{2}<0$,$\therefore a<-5$.

又 $x\neq2$ 且 $x\neq-1$,即 $\frac{5+a}{2}\neq2$ 且 $\frac{5+a}{2}\neq-1$,

$\therefore a\neq-1$ 且 $a\neq-7$,$\therefore a<-5$ 且 $a\neq-7$.

19. 解:设规定日期为 x 天,由题意得 $\frac{3}{x}+\frac{x}{x+6}=1$,解得 $x=6$,

经检验,$x=6$ 是原方程的根.显然方案(2)不符合要求.

方案(1)$1.2\times6=7.2$(万元),

方案(3)$1.2\times3+0.5\times6=6.6$(万元).

$\because 7.2>6.6$,$\therefore$ 在不耽误工期的前提下,选择第三种施工方案最节省工程款.

20. 解:(1)设 C 队原来平均每天维修课桌 y 张,

根据题意得 $\frac{600}{y}-\frac{600}{2y}=10$,解这个方程得 $y=30$.

经检验 $y=30$ 是原方程的根且符合题意,$2y=60$.

答:工程队 A 原来平均每天维修课桌60 张.

(2)设 C 队提高工作效率后平均每天多维修课桌 x 张,施工 2 天时,已维修$(60+60+30)\times2=300$(张),从第 3 天起还需维修的张数应为 $300+360=660$(张).

根据题意得 $3(2x+2x+x+150)\leqslant660\leqslant4(2x+2x+x+150)$,

解这个不等式组得 $3\leqslant x\leqslant14$,$\therefore 6\leqslant2x\leqslant28$.

答:工程队 A 提高工作效率后平均每天多维修课桌张数的取值范围是 6 张到 28 张.

第 11 章 反比例函数

11.1 反比例函数

能力题型设计

★速效基础演练

1. C [提示]根据反比例函数定义加以判断.
2. B [提示]$\because I^2R=P$ 为定值,且 $P\neq0$,$\therefore I^2$ 与 R 成反比例关系.
3. C [提示]x、y 的对应值的乘积为 -3.
4. 1 0 [提示]当 $|2m|-1=1$ 且 $m+1\neq0$ 时,即 $m=\pm1$ 且 $m\neq-1$,即 $m=1$ 时,y 是 x 的正比例函数;当 $|2m|-1=-1$ 且 $m+1\neq0$ 时,即 $m=0$ 时,y 是 x 的反比例函数.
5. 解:(1)设 $y=\frac{k}{2x}(k\neq0)$,$\therefore k=2xy=2\times(-2)\times\frac{1}{2}=-2$,

$\therefore y=-\frac{2}{2x}=-\frac{1}{x}$.

(2)$y=4$.(3)$x=2$.

★知能提升突破

1. C [提示]由 $m=\rho V$ 知 m 与 V 不是反比例函数关系.
2. C [提示]设 $y=\frac{k}{x-1}(k\neq0)$,$k=y(x-1)=-\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}-1\right)=\frac{1}{6}$,$\therefore y=\frac{1}{6(x-1)}$,当 $x=2$ 时,$y=\frac{1}{6\times(2-1)}=\frac{1}{6}$.
3. ⑤ [提示]由 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$ 加以判断.
4. 解:(1)$y=-\frac{6}{x}$

(2)$\because$ 表中每一对 x、y 的值都满足 $x\cdot y=-6$,$\therefore$ 所给出的几个式子中只有 $y=-\frac{6}{x}$ 符合条件.

5. 解:$\because y$ 与 $(x-0.4)$ 成反比例,$\therefore$ 设 $y=\frac{k}{x-0.4}(k\neq0)$.

把 $x=0.65$,$y=0.8$ 代入上式,得 $0.8=\frac{k}{0.65-0.4}$,

$\therefore k=0.2$.

$\therefore y=\frac{0.2}{x-0.4}$,得 $y=\frac{1}{5x-2}$.

11.2 反比例函数的图像与性质

能力题型设计

★速效基础演练

1. A [提示]由图像知 $m+1>0$,$\therefore m>-1$.
2. B [提示]由图像知它是反比例函数,且 $k>0$.
3. B [提示]画出图像($-k^2-1<0$),知双曲线在第二、四象限,在图像上找出 y_1,y_2,y_3 的大小关系.
4. 1 或 0 或 -1 [提示]$k-2<0$,即 $k<2$ 即可.
5. $y=-\frac{4}{x}$ [提示]$\frac{1}{2}|k|=2$,$|k|=4$,$k=\pm4$,又 $k<0$,$\therefore k=-4$,$\therefore y=-\frac{4}{x}$.
6. 解:(1)一次函数的解析式为 $y=x+1$,反比例函数的解析式为 $y=\frac{2}{x}$.

(2)对于反比例函数 $y=\frac{2}{x}$,当 $x>0$ 时,y 随 x 的增大而减小,而当 $x=1$ 时,$y=2$;当 $x=6$ 时,$y=\frac{1}{3}$,$\therefore$ 当 $1\leqslant x\leqslant6$ 时,$\frac{1}{3}\leqslant y\leqslant2$.

★知能提升突破

1. A [提示]$\because k<0$,$\therefore$ 在每一象限内 y 随 x 增大而增大,又 $-1<-\frac{1}{4}$,$\therefore y_1<y_2$,$\therefore y_1-y_2<0$.
2. $y=\frac{4}{x}$ [提示]解法一:连接 OA. $\because AB\perp y$ 轴,$\therefore AB/\!/OP$,

$\therefore S_{\triangle ABO}=S_{\triangle ABP}=2$.

设反比例函数的解析式为 $y=\frac{k}{x}$(k 为常数,且 $k\neq0$),则 $k=2\times2=4$.

因此反比例函数的解析式为 $y=\frac{4}{x}$.

解法二:设点 A 的坐标为 (x,y),由题意得 $\frac{1}{2}xy=2$,所以 $xy=4$.故反比例函数的解析式为 $y=\frac{4}{x}$.

3. $y=\frac{2}{x}$ [提示]由题意知 $P(-1,2)$,则 P 点关于 y 轴对称

的点为 $P'(1,2)$，$\therefore k=1\times 2=2$.

4. 解：(1) 由题意知 $k=1\times 3=3$，

$\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y=\frac{3}{x}$.

将 $(n,-1)$ 代入 $y=\frac{3}{x}$ 知，$n=-3$，$\therefore B(-3,-1)$.

由待定系数法求得一次函数的解析式为 $y=x+2$.

(2) 由图像知 $x<-3$ 或 $0<x<1$.

5. 解：(1) $\because$ 点 $C(1,5)$ 在直线 $y=-kx+b$ 上，$\therefore 5=-k+b$，

又 $\because$ 点 $A(a,0)$ 也在直线 $y=-kx+b$ 上，

$\therefore -ak+b=0$，$\therefore b=ak$.

将 $b=ak$ 代入 $5=-k+b$ 中得 $5=-k+ak$，$a=\frac{5}{k}+1$.

(2) $\because D$ 点是反比例函数的图像与直线的交点，

$$\therefore \begin{cases} y=\frac{5}{9}, & ① \\ y=-9k+ak, & ② \end{cases}$$

由 (1) 知 $ak=5+k$，

$\therefore y=-8k+5$.　③

将①代入③，得 $\frac{5}{9}=-8k+5$，$\therefore k=\frac{5}{9}$，$a=10$.

$\therefore A(10,0)$，又知 $C(1,5)$，$\therefore S_{\triangle COA}=\frac{1}{2}\times 10\times 5=25$.

11.3　用反比例函数解决问题

能力题型设计

★速效基础演练

1. C　[提示] $k=400\times 0.25=100$.

2. A　[提示] $y=\frac{10}{x}(2\leqslant x\leqslant 10)$.

3. $m=\frac{800}{n}$　[提示] 由每天读的页数 × 天数 $=800$ 列关系式.

4. 1　[提示] 由 $W=Fs$ 知 $W=20\ (\mathrm{J})$，$\therefore F=\frac{20}{s}$，当 $F=20\ (\mathrm{N})$，$s=1\ (\mathrm{m})$.

5. 解：(1) 由题意可得 $x\cdot y=180$，$\therefore y=\frac{180}{x}(x>0)$.

(2) 把 $x=45$ 代入得 $y=\frac{180}{45}=4$，则排水量为 4 L/min.

★知能提升突破

1. 80　[提示] 由题意可知 $y=\frac{4\ 000}{x}$，再由 $(x-50)\cdot y=1\ 500$，得 $(x-50)\cdot\frac{4\ 000}{x}=1\ 500$，解之得 $x=80$.

2. 解：设 f、v 之间的关系式为 $f=\frac{k}{v}(k\neq 0)$，

$\because v=50$ 时，$f=80$，$\therefore k=80\times 50=4\ 000$，

$\therefore f=\frac{4\ 000}{v}(v>0)$.

当 $v=100$ 时，$f=\frac{4\ 000}{100}=40$.

$\therefore$ 当车速为 100 km/h 时，视野为 40 度.

3. 解：(1) 根据题意，得 $y=\frac{3\ 600}{x}\times 400=\frac{1\ 440\ 000}{x}$，所以 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=\frac{1\ 440\ 000}{x}$（x 为正整数）.

(2) 把 $y=50\ 000$ 代入 $y=\frac{1\ 440\ 000}{x}$，得 $50\ 000=\frac{1\ 440\ 000}{x}$，

解之得 $x=28.8\approx 29$，即每批至少需要购入 29 台电视机.

4. 解：(1) 当 $t=5$ 时，$y=24\times 5=120$；

当 $t=25$ 时，$y=\frac{4\ 800}{25}=192$.

$\because 192>120$，$\therefore$ 讲课开始后第 25 分钟时比讲课开始后第 5 分钟时学生注意力更集中.

(2) 在 $0<t\leqslant 10$ 时，当 $t=10$ 时，$y_{最大}=240$；在 $10<t<20$ 时，y 恒为 240；在 $20\leqslant t\leqslant 40$ 时，当 $t=20$ 时，$y_{最大}=240$.

故讲课开始后 10 分钟时，学生的注意力最集中，能持续 $20-10=10$（分钟）.

(3) 当 $0<t\leqslant 10$ 时，令 $y=24t=180$，$\therefore t=7\frac{1}{2}$；

当 $20\leqslant t\leqslant 40$ 时，令 $y=\frac{4\ 800}{t}=180$，$\therefore t=26\frac{2}{3}$.

注意力在 180 以上的持续时间为：$26\frac{2}{3}-7\frac{1}{2}=19\frac{1}{6}>19$，

故老师能在学生注意力达到所需状态下讲解完这道题目.

知识与能力同步测控题

1. B　[提示] $y=\frac{1}{2x}$，$y=\frac{2}{x}$ 是反比例函数，且由 $y=\frac{1}{2x}$ 得 $xy=\frac{1}{2}$，故满足条件的函数是 $y=\frac{1}{2x}$，选 B.

2. D　[提示] $y=\frac{2}{x}$ 的图像经过点 $(1,2)$，在第一、三象限. 当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而减小，它关于 $y=x$ 和 $y=-x$ 成轴对称.

3. C　[提示] $\because y=\frac{9}{x}(x>0)$，$\therefore$ 反比例函数图像只在第一象限.

4. B　[提示] 由 $y=2x+1$ 和 $x=-1$ 知 $y=-1$，$\therefore$ 交点坐标为 $(-1,-1)$，$\therefore k=xy=(-1)\times(-1)=1$.

5. D　[提示] $\because k=-m^2-5<0$，结合反比例函数图像可得答案为 D.

6. B　[提示] B 图中在第一、三象限内两阴影部分面积之和等于 4.

7. B　[提示] 结合图像求解.

8. C　[提示] 由图像知 $k<0$，$b<0$.

9. $y=\frac{1\ 000}{x}(x>0)$

10. 3　[提示] $|m|-4=-1$ 且 $m+3\neq 0$.

11. ± 6　[提示] $\frac{1}{2}|k|=3$，$\therefore |k|=6$，$\therefore k=\pm 6$.

12. 1　[提示] $S_{\triangle AOB}=S_{\triangle AOC}-S_{\triangle BOC}=\frac{1}{2}\times 4-\frac{1}{2}\times 2=1$.

13. $(3,6)$　[提示] 由 $y=\frac{6}{x}$ 和 $A(1,2)$ 知 $B(1,6)$，$D(3,2)$，$\therefore C(3,6)$.

14. $k=3$，$Q\left(2,\frac{3}{2}\right)$　[提示] 由一次函数图像知 $A(4,0)$，$B(0,-2)$，又 P 为 AB 中点，故 $P(2,-1)$. 设 $Q(x,y)$，由 $S_{\triangle OQC}=\frac{3}{2}$ 得 $\frac{1}{2}xy=\frac{3}{2}$，即 $k=3$. 而 $x=2$，$\therefore y=\frac{3}{2}$，$\therefore Q\left(2,\frac{3}{2}\right)$.

15. 解:(1)∵ 点 $A(1,6)$、$B(a,2)$在反比例函数 $y_2=\frac{m}{x}$的图像上,

∴ $\frac{m}{1}=6,m=6$.

又$\frac{m}{a}=2$,∴ $a=\frac{m}{2}=3$.

∵ 点 $A(1,6)$,$B(3,2)$在一次函数 $y_1=kx+b$ 的图像上,

∴ $\begin{cases}k+b=6,\\3k+b=2,\end{cases}$解这个方程组,得$\begin{cases}k=-2,\\b=8.\end{cases}$

∴ 一次函数的解析式为 $y_1=-2x+8$,反比例函数的解析式为 $y_2=\frac{6}{x}$.

(2)$1\leqslant x\leqslant 3$.

16. 解:(1)点 A、B、D 的坐标分别为$(-1,0)$、$(0,1)$、$(1,0)$;

(2)一次函数的解析式为 $y=x+1$,

反比例函数的解析式为 $y=\frac{2}{x}$.

17. 解:(1)∵ 点 $A(m,6)$,$B(n,3)$在函数 $y=\frac{6}{x}$的图像上,

∴ $m=1,n=2$,∴ $A(1,6)$,$B(2,3)$.

又点 $A(1,6)$,$B(2,3)$在一次函数 $y=kx+b$ 的图像上,

∴ $\begin{cases}k+b=6,\\2k+b=3,\end{cases}$∴ $\begin{cases}k=-3,\\b=9.\end{cases}$

∴ 一次函数的解析式为 $y=-3x+9$.

(2)由图像知 $1<x<2$.

18. 解:(1)$y=\frac{1\ 200}{x}(x>0)$.

(2)5 辆拖拉机每天能运 $5\times12\ \mathrm{m}^3=60\ \mathrm{m}^3$,则 $y=1\ 200\div60=20$,即需要 20 天运完.

(3)假设需要增加 n 辆,根据题意:$8\times60+6\times12(n+5)\geqslant1\ 200$,解之得 $n\geqslant5$.

答:至少需要增加 5 辆.

19. 解:(1)作 $AE\perp y$ 轴于 E,如图所示.

∵ $S_{\triangle AOD}=4,OD=2$,

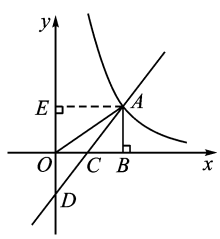
∴ $\frac{1}{2}OD\cdot AE=4$,∴ $AE=4$.

∵ $AB\perp OB$,C 为 OB 的中点,

∴ $\angle DOC=\angle ABC=90°$,$OC=BC$,$\angle OCD=\angle BCA$,

∴ $\mathrm{Rt}\triangle DOC\cong\mathrm{Rt}\triangle ABC$,

∴ $AB=OD=2$,∴ $A(4,2)$.



第 19 题图

将 $A(4,2)$代入 $y_1=\frac{k}{x}(k\neq0)$中,得 $k=8$. ∴ $y_1=\frac{8}{x}$.

将 $A(4,2)$和 $D(0,-2)$代入 $y_2=ax+b(a\neq0)$,得$\begin{cases}4a+b=2,\\b=-2,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=1,\\b=-2,\end{cases}$∴ $y_2=x-2$.

(2)在 y 轴的右侧,当 $y_1>y_2$ 时,$0<x<4$.

20. 解:(1)依题意设 $B(m,n)$,

则 $S_{正方形OABC}=|k|=mn=16$.

又易知 $m=n$,∴ $m=n=4$,即 $B(4,4)$,$k=16$.

(2)∵ $P(a,b)$在函数 $y=\frac{16}{x}$的图像上,∴ $ab=16$,

∴ $S_{矩形OEPF}=16$,$S=16-4b=8$.

解得 $b=2,a=8$. ∴ $P(8,2)$.

第 12 章　二次根式

12.1　二次根式

能力题型设计

★速效基础演练

1. B　[提示]被开方数必须是非负数,如 $\sqrt{-4}$就不是二次根式,所以 A 选项是错误;当 $x=0$ 时,$\sqrt{\frac{1}{x^2}}$没有意义,所以 C 选项是错误的;如 $\sqrt{x^2+4}$,当 $x=0$ 时,$\sqrt{4}=2$ 是有理数,所以 D 选项是错误的.

2. A　[提示]要 $\sqrt{x-3}$有意义,则要 $x-3\geqslant0$,即 $x\geqslant3$.

3. B　[提示]由$|a-1|+\sqrt{7+b}=0$ 得 $a-1=0$ 且 $7+b=0$,∴ $a=1,b=-7$,∴ $a+b=-6$.

4. A　[提示]$\sqrt{(-4)^2}=|-4|=4$.

5. 5　$\pi-3.14$　12

6. b　[提示]由数轴知 $a<0<b$,∴ $a-b<0$,∴ $\sqrt{(a-b)^2}-\sqrt{a^2}=|a-b|-|a|=-(a-b)-(-a)=b$.

7. 解:(1)6;(2)$4x+6$;(3)$\frac{12}{5}$;(4)6;(5)$2-m$.

★知能提升突破

1. C　[提示]①③④都是二次根式.

2. A　[提示]根据二次根式有意义的条件,得 $a\geqslant0$ 且 $ab>0$,易得 $a>0,b>0$.

3. B　[提示]由于$\sqrt{a^2}=a(a\geqslant0)$,故由 $a^2+1>0$ 知 $\sqrt{(a^2+1)^2}=a^2+1$ 对于任意的实数 a 一定成立. 当 $a+b\geqslant0$ 时,$\sqrt{(a+b)^2}=a+b$ 才成立;当 $a^2-1\geqslant0$ 时,$\sqrt{(a^2-1)^2}=a^2-1$才成立;当$\frac{a}{b}\geqslant0$ 且 $b\neq0$ 时,$\sqrt{\left(\frac{a}{b}\right)^2}=\frac{a}{b}$才成立.

4. B　[提示]∵ $\sqrt{3x+4}+y^2-6y+9=0$,∴ $\sqrt{3x+4}+(y-3)^2=0$,∴ $3x+4=0$ 且 $y-3=0$,∴ $x=-\frac{4}{3}$,$y=3$,∴ $xy=-\frac{4}{3}\times3=-4$.

5. $-2a$　[提示]∵ $a<0$,∴ $|a-\sqrt{a^2}|=|a+a|=|2a|=-2a$.

6. $-1<x\leqslant2$　[提示]要$\frac{1}{\sqrt{x+1}}+\sqrt{2-x}$有意义,则要$\begin{cases}x+1>0,\\2-x\geqslant0,\end{cases}$解之得 $-1<x\leqslant2$.

7. 解:(1)由$\begin{cases}3x\geqslant0,\\-x\geqslant0\end{cases}$得 $x=0$.

(2)由 $2x+4\geqslant0$ 且 $x-2\neq0$,得 $x\geqslant-2$且 $x\neq2$.

(3)由 $-\frac{1}{2-3x}\geqslant0$ 得 $2-3x<0$,即 $x>\frac{2}{3}$.

(4)由 $1-2x\geqslant0$ 且$|x|-1\neq0$,得 $x\leqslant\frac{1}{2}$且 $x\neq-1$.

(5)∵ 不论 x 为何实数,$\frac{1}{x^2+2}>0$,∴ x为一切实数.

8. 解:∵ $\sqrt{x+y-7}\geqslant0$,$\sqrt{x-y+1}\geqslant0$,又 $\sqrt{x+y-7}+$

3 $\sqrt{x-y+1}=0$,∴ $\begin{cases}x+y-7=0,\\x-y+1=0,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=3,\\y=4.\end{cases}$ ∴ $\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$.

12.2　二次根式的乘除

能力题型设计

★速效基础演练

1. D　[提示] $\sqrt{3}\times\sqrt{3}=(\sqrt{3})^2=3$, $\sqrt{3}\times\sqrt{2}=\sqrt{3\times2}=\sqrt{6}$, $4\sqrt{3}\times2\sqrt{2}=(4\times2)\sqrt{3\times2}=8\sqrt{6}$,因此A、B、C三个选项都不正确.

2. B　[提示] $\sqrt{(-5)^2\times3}=\sqrt{(-5)^2}\times\sqrt{3}=5\sqrt{3}$.

3. D　[提示] $\frac{\sqrt{12ab}}{\sqrt{3a}}=\sqrt{\frac{12ab}{3a}}=\sqrt{4b}=2\sqrt{b}$.

4. B

5. D　[提示] $\sqrt{0.1y}$的被开方数含有分母.

6. $4\sqrt{2}$　[提示] $\sqrt{18}\div\sqrt{\frac{3}{4}}\times\sqrt{\frac{4}{3}}=\sqrt{18}\times\sqrt{\frac{4}{3}}\times\sqrt{\frac{4}{3}}=\sqrt{18\times\frac{4}{3}\times\frac{4}{3}}=4\sqrt{2}$.

[点评]容易出现 $\sqrt{18}\div\sqrt{\frac{3}{4}}\times\sqrt{\frac{4}{3}}=\sqrt{18}\div\sqrt{\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$的错误.

7. $\frac{\sqrt{3}}{6}$　$\sqrt{2}-1$　$\frac{\sqrt{5}}{5}$　[提示] $\frac{1}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2(\sqrt{3})^2}=\frac{\sqrt{3}}{2\times3}=\frac{\sqrt{3}}{6}$, $\frac{1}{\sqrt{2}+1}=\frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=\frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2})^2-1^2}=\sqrt{2}-1$, $\frac{2}{\sqrt{20}}=\frac{2\times\sqrt{5}}{\sqrt{20}\times\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{20\times5}}=\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{100}}=\frac{2\sqrt{5}}{10}=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

8. 解:(1) $\sqrt{4}\times\sqrt{12}=\sqrt{4\times12}=\sqrt{4^2\times3}=4\sqrt{3}$;

(2) $\sqrt{\frac{3}{2}}\div\sqrt{\frac{1}{8}}=\sqrt{\frac{3}{2}\div\frac{1}{8}}=\sqrt{\frac{3}{2}\times8}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$;

(3) $\sqrt{3\frac{1}{5}}\div\sqrt{1\frac{3}{5}}=\sqrt{\frac{16}{5}}\div\sqrt{\frac{8}{5}}=\sqrt{\frac{16}{5}\div\frac{8}{5}}=\sqrt{2}$;

(4) $\sqrt{0.4}\times\sqrt{3.6}=\sqrt{0.4\times3.6}=\sqrt{4\times0.36}=\sqrt{4}\times\sqrt{0.36}=2\times0.6=1.2$;

(5) $-5\sqrt{\frac{8}{27}}\times\sqrt{1\frac{1}{4}}\div\left(\frac{1}{3}\sqrt{\frac{1}{54}}\right)=-5\sqrt{\frac{8}{27}}\times\sqrt{\frac{5}{4}}\times3\sqrt{54}=(-5\times3)\sqrt{\frac{8}{27}\times\frac{5}{4}\times54}=-30\sqrt{5}$.

★知能提升突破

1. A　[提示]由题意得 $x+1\geqslant0$ 且 $x-1\geqslant0$,解得 $x\geqslant1$.

2. C　[提示] $\sqrt{0.5}=\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

3. C　[提示] $\sqrt{5\frac{1}{3}}=\sqrt{\frac{16}{3}}=\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{3}}=\frac{4}{\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2}=\frac{4}{3}\sqrt{3}$;

$\sqrt{3^3-5\times(-5)}=\sqrt{27+25}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$;

$\sqrt{\frac{a^2b}{8}}=\sqrt{\frac{2a^2b}{16}}=\frac{\sqrt{2a^2b}}{\sqrt{16}}=\frac{a\sqrt{2b}}{4}$.

4. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　[提示]原式 $=\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{12}}\div\sqrt{\frac{9}{2}}\times\sqrt{2}=\sqrt{\frac{9}{12}}\times\sqrt{\frac{2}{9}}\times\sqrt{2}=\sqrt{\frac{9}{12}\times\frac{2}{9}\times2}=\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

5. $-\sqrt{1-a}$　[提示] ∵ $a-1<0$,∴ $(a-1)\sqrt{-\frac{1}{a-1}}=-(1-a)\sqrt{-\frac{1}{a-1}}=-\sqrt{(1-a)^2\cdot\left(-\frac{1}{a-1}\right)}=-\sqrt{(1-a)^2\cdot\frac{1}{1-a}}=-\sqrt{1-a}$.

6. 解:(1)原式 $=\frac{3}{2}\times(-1)\times(-\frac{1}{3})\times(\sqrt{20}\times\sqrt{15}\times\sqrt{48})$

$=\frac{1}{2}\sqrt{20\times15\times48}$

$=\frac{1}{2}\sqrt{4\times5\times3\times5\times16\times3}=\frac{1}{2}\sqrt{2^2\times3^2\times4^2\times5^2}$

$=\frac{1}{2}\times2\times3\times4\times5=60$.

(2)原式 $=\frac{1}{4}\sqrt{18}\div8\sqrt{\frac{1}{36}}\div\frac{2}{3}\sqrt{\frac{9}{2}}$

$=\left(\frac{1}{4}\times\frac{1}{8}\times\frac{3}{2}\right)\sqrt{18\times36\times\frac{2}{9}}$

$=\frac{3}{64}\sqrt{144}=\frac{3}{64}\times12=\frac{9}{16}$.

12.3　二次根式的加减

能力题型设计

★速效基础演练

1. B　[提示] $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$, $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$, $\sqrt{\frac{2}{3}}=\frac{1}{3}\sqrt{6}$, $\sqrt{\frac{2}{9}}=\frac{1}{3}\sqrt{2}$.

2. C　[提示]A、B、D三选项中,它们都不是同类二次根式,都不能合并.

3. A　[提示] $\sqrt{8}-\sqrt{2}(\sqrt{2}+2)=2\sqrt{2}-2-2\sqrt{2}=-2$.

4. (1) -5　[提示] $(\sqrt{3}-2\sqrt{2})(2\sqrt{2}+\sqrt{3})=(\sqrt{3}-2\sqrt{2})(\sqrt{3}+2\sqrt{2})=(\sqrt{3})^2-(2\sqrt{2})^2=3-8=-5$.

(2) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$　[提示] $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^{2013}\cdot(\sqrt{3}-\sqrt{2})^{2014}=(\sqrt{3}+\sqrt{2})^{2013}\cdot(\sqrt{3}-\sqrt{2})^{2013}\cdot(\sqrt{3}-\sqrt{2})=[(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})]^{2013}\cdot(\sqrt{3}-\sqrt{2})=[(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2]^{2013}\cdot(\sqrt{3}-\sqrt{2})=\sqrt{3}-\sqrt{2}$.

5. 3　[提示] ∵ $\sqrt{16(2m+n)}=4\sqrt{2m+n}$,

∴有 $\begin{cases}m-n-1=2,\\2m+n=m+7,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}m=5,\\n=2.\end{cases}$

6. 解:(1)原式 $=3\sqrt{3}-\left(\sqrt{\frac{16}{3}}+\sqrt{75}\right)=3\sqrt{3}-\frac{4}{3}\sqrt{3}-5\sqrt{3}=\left(3-\frac{4}{3}-5\right)\sqrt{3}=-\frac{10}{3}\sqrt{3}$;

(2)原式 $=\sqrt{2}+1+3-3\sqrt{2}+2\sqrt{2}=4$.

★知能提升突破

1. C　[提示] $4\sqrt{3}-3\sqrt{3}=(4-3)\sqrt{3}=\sqrt{3}$. B、D两选项不能

合并.

2. A　[提示]∵ 最简二次根式 $\sqrt{3a-8}$与 $\sqrt{17-2a}$是同类二次根式,∴ $3a-8=17-2a$,∴ $a=5$,使 $\sqrt{4a-2x}$有意义,则要 $4a-2x\geqslant 0$,∴ $20-2x\geqslant 0$,$x\leqslant 10$.

3. B　[提示]$(x-1)(y+1)=xy+x-y-1=\sqrt{2}+\sqrt{2}-1-1=2\sqrt{2}-2$.

4. $4-\sqrt{15}$　[提示]$(\sqrt{15}+4)^{2013}\cdot(4-\sqrt{15})^{2014}=(4+\sqrt{15})^{2013}\cdot(4-\sqrt{15})^{2013}\cdot(4-\sqrt{15})=[(4+\sqrt{15})(4-\sqrt{15})]^{2013}\cdot(4-\sqrt{15})=(16-15)^{2013}\cdot(4-\sqrt{15})=4-\sqrt{15}$.

5. $2\sqrt{3}-2$　[提示]矩形内阴影部分的面积是:
$(\sqrt{2}+\sqrt{6})\times\sqrt{6}-2-6=2\sqrt{3}+6-2-6=2\sqrt{3}-2$.

6. $(5\sqrt{2}+2\sqrt{3})$cm　[提示]所求周长为$\sqrt{8}+\sqrt{12}+\sqrt{18}=2\sqrt{2}+2\sqrt{3}+3\sqrt{2}=(5\sqrt{2}+2\sqrt{3})$cm.

7. 解:$AB=\sqrt{AD^2+BD^2}=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$(m),
$BC=\sqrt{BD^2+CD^2}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$(m),
∴ $AB+BC+CA+BD=2\sqrt{5}+\sqrt{5}+5+2=3\sqrt{5}+7\approx 13.7$(m).
答:大约需要13.7 m钢材.

知识与能力同步测控题

1. B　[提示]根据被开方数不小于0.
2. B　[提示]根据二次根式的定义.
3. A　[提示]根据非负数的性质可得 $a=-2$,$b=1$,所以$(a+b)^{2013}=-1$.
4. C　[提示]根据最简二次根式的定义.
5. A　[提示]B,D中不是同类二次根式,不能合并,C中开方错误,应为$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$.
6. B　[提示]根据$\sqrt{a^2}=-a(a\leqslant 0)$得$2a-1\leqslant 0$,∴ $a\leqslant\frac{1}{2}$.
7. C　[提示]$m+n=2$,$mn=-1$,$m^2+n^2-3mn=(m+n)^2-5mn=2^2-5\times(-1)=9$.
8. D　[提示]根据平方差公式得 $114^2-64^2=(114+64)\times(114-64)=178\times 50$,所以 $114^2-64^2-50^2=50\times(178-50)=50\times 128$,分解后即可求解.
9. D　[提示]由题意得 $\sqrt{x-2y+9}+|x-y-3|=0$,再根据非负数的特点进行求解.
10. C　[提示]根据数轴可知 $a<0$,$b>0$,且$|a|>|b|$,所以$2a+b<0$,再结合二次根式的性质、绝对值的性质进行化简.
11. $\sqrt{2}$　[提示]$\sqrt{18}-\sqrt{8}=3\sqrt{2}-2\sqrt{2}=\sqrt{2}$.
12. >　[提示]$(5\sqrt{7})^2=175$,$(6\sqrt{5})^2=180$.
13. $\pm 2\sqrt{2}$　$\pm\sqrt{3}$　[提示]根据同类二次根式的定义可得 $n^2-1=2$ 且 $3m^2-2=4m^2-10$.
14. $-2c$　[提示]根据数轴知 $c<b<0<a$,∴ 原式$=a-c+b-a-b-c=-2c$.
15. $m\leqslant 0$ 且 $m\neq -1$　[提示]根据二次根式、分式有意义的条件列不等式求解.
16. $\sqrt{6}$　[提示]首先化简第一个二次根式,再计算后边的两个二次根式的积,然后合并同类二次根式即可求解.
17. >　[提示]$\sqrt{5}>2$,由此得出$\sqrt{5}-1>2-1$,即$\sqrt{5}-1>1$,∴ $\frac{\sqrt{5}-1}{2}>\frac{1}{2}$.
18. $5xy\sqrt{3x}$　[提示]$\sqrt{75x^3y^2}=\sqrt{5^2x^2y^2\cdot 3x}=5xy\sqrt{3x}$.
19. 等腰直角三角形　[提示]已知等式左边为两个非负数之和,根据两个非负数之和为0,两个非负数同时为0,可得出 $c^2=a^2+b^2$,且 $a=b$,利用勾股定理的逆定理可得出∠C 为直角,进而确定出三角形 ABC 为等腰直角三角形.
20. $3\sqrt{3}$　[提示]$\sqrt{3}=\sqrt{3\times 1}$,$\sqrt{6}=\sqrt{3\times 2}$,$3=\sqrt{9}=\sqrt{3\times 3}$,由此得出第10个数据应是$\sqrt{3\times 9}=3\sqrt{3}$,此类题应从特殊情况发现规律.
21. 解:原式$=1-2\sqrt{3}+\sqrt{3}=1-\sqrt{3}$.
22. 解:(1)$20\sqrt{3}$;(2)$\frac{m}{5n^2}\sqrt{n}$.
23. 解:(1)原式$=\left(\sqrt{6}-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)-(2\sqrt{6}-\sqrt{2})=-\sqrt{6}+\frac{\sqrt{2}}{2}$;
(2)原式$=2\sqrt{x}-(\sqrt{x}+\sqrt{x})=0$.
24. 解:原式$=\frac{2y}{(x-y)(x+y)}\cdot\frac{(x-y)^2}{2y}=\frac{x-y}{x+y}$,
当 $x=\sqrt{2}+1$,$y=\sqrt{2}-1$ 时,
原式$=\frac{(\sqrt{2}+1)-(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)+(\sqrt{2}-1)}=\frac{2}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.
25. 解:把 $\sqrt{2ab^2-b^3+6b^2}$ 化为最简二次根式,得:$\sqrt{2ab^2-b^3+6b^2}=\sqrt{b^2(2a-b+6)}=|b|\cdot\sqrt{2a-b+6}$,
依题意得 $4a+3b=2a-b+6$,且 $3a-b=2$,
∴ $\begin{cases}2a+4b=6,\\3a-b=2,\end{cases}$解得 $a=1$,$b=1$.
26. 解:由二次根式的性质得 $x^2-4\geqslant 0$,$4-x^2\geqslant 0$,∴ $x^2=4$,即 $x=\pm 2$.又∵ $x+2\neq 0$,∴ $x=2$,$y=\frac{1}{4}$,∴ $\sqrt{x+y}\cdot\sqrt{x-y}=\sqrt{2+\frac{1}{4}}\times\sqrt{2-\frac{1}{4}}=\sqrt{\left(2+\frac{1}{4}\right)\times\left(2-\frac{1}{4}\right)}=\sqrt{2^2-\left(\frac{1}{4}\right)^2}=\sqrt{\frac{63}{16}}=\frac{3\sqrt{7}}{4}$.
27. 解:由题意,得 $200=240I^2$,$I^2=\frac{200}{240}=\frac{5}{6}$,$I=\pm\sqrt{\frac{5}{6}}=\pm\frac{\sqrt{30}}{6}$,即 $I=\frac{\sqrt{30}}{6}$或 $I=-\frac{\sqrt{30}}{6}$(不合题意,舍去),∴ 这个家用电器的额定电流为$\frac{\sqrt{30}}{6}$A.
28. 解:∵ $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$,∴ $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$,∵ x,y 都是正整数,∴ $\sqrt{x}=\sqrt{2}$,$\sqrt{y}=2\sqrt{2}$或$\sqrt{x}=2\sqrt{2}$,$\sqrt{y}=\sqrt{2}$,即 $x=2$,$y=8$ 或 $x=8$,$y=2$,∴ $x+y=2+8=10$.