参考答案及解析

2018·高考12卷·卷①

文科数学

1. C 【解析】$x^2-2x-3\le 0$，则 $-1\le x\le 3$，$A=\{x\mid -1\le x\le 3\}$，$B=\{x\mid x\in \mathbf{N}\}$. 则 $A\cap B=\{0,1,2,3\}$.
点评：本题考查集合的运算及一元二次不等式求解，属于基础题.

2. C 【解析】$z=\frac{2+i}{2-i}=\frac{(2+i)^2}{5}=\frac{3+4i}{5}=\frac35+\frac45 i$，故虚部为$\frac45$.
点评：本题属基础题，考查复数的四则运算及复数的概念.

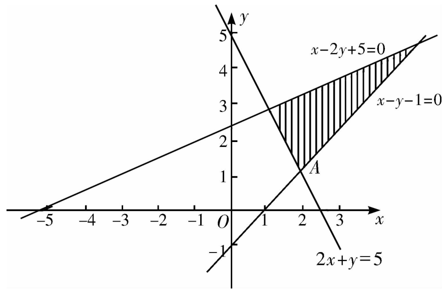
3. B 【解析】双曲线方程为$\frac{x^2}{n}-\frac{y^2}{m}=1(m>0,n>0)$，焦点到渐近线的距离为虚半轴的长即为$\sqrt{m}$.
点评：本题考查双曲线的方程及几何性质，属容易题.

4. C 【解析】由框图结构可知：$v_1=1$，$v_2=v_1\times2+3=5$，$v_3=5\times2+2=12$，$v_4=12\times2+1=25$，故输出$v=25$.
点评：本题考查框图的识别及循环结构和算法案例，属基础题.

5. D 【解析】p：直线 $ax+3y+1=0$ 与直线 $x+(a-2)y+3=0$ 平行，则$a(a-2)-3=0$，即 $a^2-2a-3=0$. ∴ $a=3$ 或 $a=-1$，故 p 为假.
q：将函数 $y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$向右平移$\frac{\pi}{4}$个单位得$y=\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)$，其不是偶函数，故 q 也为假. 从而$\neg p$ 和$\neg q$ 均为真，故 D 正确.
点评：本题考查直线平行，图像变换及命题真假判断，属中档题.

6. A 【解析】$\{a_n\}$为等比数列，公比为 q，则$\frac{a_4}{a_1}=8=q^3$. ∴ $q=2$，∴ $a_n=a_1\cdot q^{n-1}=2^2\cdot2^{n-1}=2^{n+1}$. ∴ $b_n=\log_2 a_n=n+1$，$b_{2n}=2n+1$. 则 $b_2+b_4+\cdots+b_{2n}=\frac{(3+2n+1)\cdot n}{2}=n^2+2n$.
点评：本题考查等比数列与等差数列基本知识.

7. A 【解析】画出平面区域. x^2+y^2 表示区域内的点到原点距离的平方，显然$(0,0)$到点 $A(2,1)$距离最小，即 x^2+y^2 的最小值为5.

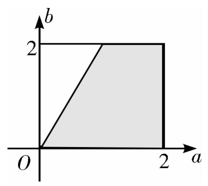


第7题图

8. D 【解析】$f(x)$为偶函数且在$(0,+\infty)$上为增函数，$f(3x-2)>f(x-4)$，则$|3x-2|>|x-4|$，解得$x>\frac32$或$x<-1$.
点评：本题考查函数的单调性，对称性的综合，属中档题.

9. A 【解析】由于圆的半径为2，$|AB|=2$，则$\triangle OAB$为正三角形，M为AB的中点，C为l上一点，$\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{MC}$，且$OM\perp AB$，且$|OM|=\sqrt3$，故$\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OM}=(\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{MC})\cdot\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OM}^2+\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{MC}$，无论$C$在$l$上的何处，$OM\perp MC$，故$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{MC}=0$，∴$\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OM}^2=3$.
点评：本题考查直线与圆的位置关系及向量的数量积运算，属中档题.

10. C 【解析】$f'(x)=2a\sin x-b\cos x\ge0$ 在$\left[\frac\pi4,\frac\pi3\right]$上恒成立，又 $a>0,b>0$，则 $2a\sin x\ge b\cos x$，即 $\tan x\ge\frac{b}{2a}$在$\left[\frac\pi4,\frac\pi3\right]$上恒成立. 又 $x\in\left[\frac\pi4,\frac\pi3\right]$时，$\tan x\ge1$，∴$\frac{b}{2a}\le1$，即 $b\le2a$. 画出可行域如图所示.



第10题图

由图可知满足条件的概率 $P=\frac34$.
点评：本题考查函数的单调性与几何概型的计算，属中档题.

11. B 【解析】P为右支上一点，令PF_2的中点为N，那么$\overrightarrow{IF_2}+\overrightarrow{IP}=2\overrightarrow{IN}$，故$\overrightarrow{IF_1}=-4\overrightarrow{IN}$，故$F_1,I,N$三点共线，故$\triangle PF_1F_2$为等腰三角形. 故$|PF_1|=|F_1F_2|=2c$. 而$I$为$F_1N$的五等分点. 故$|PN|=\frac14|PF_1|=\frac12c$，故$|PF_2|=c$. 由$|PF_2|=c$及双曲线定义知$|PF_1|-|PF_2|=2c-c=c=2a$. ∴$e=2$.
点评：本题考查向量共线的条件、双曲线的定义、几何性质，属难题.

12. D 【解析】令 $x_1+x_2-1=t$，则 $\ln t-t+2=\frac{e^{t-1}}{t}$. 令$f(t)=\ln t-t+2$，$f'(t)=\frac1t-1=\frac{1-t}{t}$，$f(t)$在$(0,1)$上递增，在$(1,+\infty)$上递减. $f(t)_{\max}=f(1)=1$. 令$g(t)=\frac{e^{t-1}}{t}$，则$g'(t)=\frac{e^{t-1}(t-1)}{t^2}$，$g(t)$在$(0,1)$上递减，在$(1,+\infty)$上递增，∴$g(t)_{\min}=g(1)=1$. 故当且仅当$t=1$时，等式成立，即$x_1+x_2-1=1$. ∴$x_1+x_2=2$. 又$(2x_1^2+x_2^2)\cdot\left(\frac12+1\right)\ge\left(\sqrt2x_1\cdot\frac{1}{\sqrt2}+x_2\cdot1\right)^2=(x_1+x_2)^2=4$，∴$2x_1^2+x_2^2\ge\frac83$.
点评：本题考查导数的运算，导数的应用及柯西不等式，属难题.

13. ③④

14. -1 【解析】$f(x)=2\cos^2x-4\sin x\cos x=1+\cos2x-2\sin2x=\sqrt5\cos(2x+\varphi)+1$，其中$\sin\varphi=\frac{2}{\sqrt5}$，$\cos\varphi=\frac{1}{\sqrt5}$，又$x\in\left[0,\frac\pi4\right]$，$2x+\varphi\in\left[\varphi,\frac\pi2+\varphi\right]$，∴当$2x+\varphi=\frac\pi2+\varphi$时，$f(x)_{\min}=\sqrt5\cos\left(\frac\pi2+\varphi\right)+1=-\sqrt5\sin\varphi+1=-\sqrt5\times\frac{2}{\sqrt5}+1=-1$.
点评：本题考查向量运算及三角函数最值，属基础题.

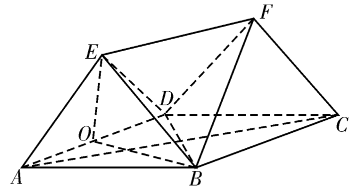
15. $\frac{S_9}{a_9}$ 【解析】$\{a_n\}$为等差数列，且$S_{17}>0$，$S_{18}<0$，则公差$d<0$. 又$S_{17}=\frac{17(a_1+a_{17})}{2}=17a_9>0$，$S_{18}=\frac{18(a_1+a_{18})}{2}=9(a_9+a_{10})<0$. ∴$a_9>0$，$a_{10}<0$. 那么，前15项中，$S_1>0,S_2>0,\cdots,S_{15}>0$，但$a_1>a_2>\cdots>a_9>0>a_{10}>a_{11}>a_{12}>a_{13}>a_{14}>a_{15}$，$S_1<S_2<\cdots<S_9>S_{10}>S_{11}>S_{12}>S_{13}\cdots>S_{15}$，故$\frac{S_9}{a_9}$为最大项.
点评：本题考查等差数列性质，属基础题.

16. 4 【解析】设正四棱柱底面正方形边长为x，高为h. 则$h^2+\frac12x^2=3$，∴$h^2=3-\frac12x^2$. 故$V=x^2\sqrt{3-\frac12x^2}$，令$\sqrt{3-\frac12x^2}=t>0$. 则$x^2=6-2t^2$，∴$V=(6-2t^2)t=6t-2t^3(0<t<\sqrt3)$.
$V'(t)=6-6t^2=6(1-t^2)$. ∴当$t\in(0,1)$时，$V(t)$为增函数，当$t\in(1,\sqrt3)$时，$V(t)$为减函数. ∴$t=1$即$x=2$时，$V_{\max}=4$.
点评：本题考查导数的应用，属中档题.

17. (1)$f(x)=2\sin\left(x+\frac\pi3\right)\cos x-\frac{\sqrt3}{2}=2\left(\frac{\sqrt3}{2}\cos x+\frac12\sin x\right)\cos x-\frac{\sqrt3}{2}=\sqrt3\cos^2x+\sin x\cos x-\frac{\sqrt3}{2}=\frac{\sqrt3}{2}(1+\cos2x)+\frac12\sin2x-\frac{\sqrt3}{2}=\frac12\sin2x+\frac{\sqrt3}{2}\cos2x=\sin\left(2x+\frac\pi3\right)$，当$x\in\left[-\frac\pi3,\frac\pi6\right]$时，$2x+\frac\pi3\in\left[-\frac\pi3,\frac{2\pi}{3}\right]$，则$\sin\left(2x+\frac\pi3\right)\in\left[-\frac{\sqrt3}{2},1\right]$，即当$2x+\frac\pi3=-\frac\pi3$，即$x=-\frac\pi3$时，$f(x)_{\min}=-\frac{\sqrt3}{2}$. 当$2x+\frac\pi3=\frac\pi2$，即$x=\frac{\pi}{12}$时，$f(x)_{\max}=1$.
(2)由(1)可知，$f\left(\frac A2\right)=\sin\left(A+\frac\pi3\right)=\frac{\sqrt3}{2}$，$A\in(0,\pi)$，所以$A=\frac\pi3$. 令$\triangle ABC$的内角$A,B,C$的对边分别为$a,b,c$. 由余弦定理可知：$a^2=b^2+c^2-bc$. 由题意可知：$\triangle ABC$的内切圆半径为1，$b+c-a=2\sqrt3$，$(b+c-2\sqrt3)^2=b^2+c^2-bc\Rightarrow4\sqrt3+\sqrt3bc=4(b+c)\ge8\sqrt{bc}\Rightarrow bc\ge12$或$bc\le\frac43$(舍). ∴$S_{\triangle ABC}=\frac12bc\sin A\ge\frac12\times12\times\frac{\sqrt3}{2}=3\sqrt3$.
点评：本题考查三角恒等变换及三角函数的最值和解三角形，属容易题.

18. (1)设各小长方形的宽度为m，由频率分布直方图中各小长方形面积总和为1，可知$(0.08+0.1+0.14+0.12+0.04+0.02)\cdot m=0.5m=1$，故$m=2$.
(2)由(1)知各小组依次是$[0,2),[2,4),[4,6),[6,8),[8,10),[10,12]$，其中点分别为1,3,5,7,9,11，对应的频率分别为0.16,0.20,0.28,0.24,0.08,0.04，故可估计平均值为$1\times0.16+3\times0.2+5\times0.28+7\times0.24+9\times0.08+11\times0.04=5$；前两个小长方形面积和为0.36，而第三个小长方形的面积为0.28，进而可知中位数的估计值为5(万元).
(3)空白栏中填5. 由题意可知，$\bar x=\frac{1+2+3+4+5}{5}=3$，$\bar y=\frac{2+3+2+5+7}{5}=3.8$，$\sum_{i=1}^5x_iy_i=1\times2+2\times3+3\times2+4\times5+5\times7=69$，$\sum_{i=1}^5x_i^2=1^2+2^2+3^2+4^2+5^2=55$，根据公式，可求得$\hat b=\frac{69-5\times3\times3.8}{55-5\times3^2}=\frac{12}{10}=1.2$，$\hat a=3.8-1.2\times3=0.2$，即回归直线方程为$\hat y=1.2x+0.2$.
点评：本题考查统计基础知识，属基础题.

19. (1)如图，取AD的中点O，连接EO,BO.
∵$EA=ED$，∴$EO\perp AD$. ∵四边形$ABCD$为菱形，∴$AB=AD$. ∵$\angle DAB=60°$，∴$\triangle ABD$为等边三角形，∴$BA=BD$，∴$BO\perp AD$. ∵$BO\cap EO=O$，∴$AD\perp$平面BEO. ∵$BE\subset$平面BEO，∴$AD\perp BE$.



第19题图

(2)由(1)可知$AD\perp$平面BOE，$AD\subset$平面AED，∴平面$AED\perp$平面BOE. 又$\triangle ABD$为正三角形，$AB=BD=AD=2$，$EO=\sqrt2$，$BO=\sqrt3$，$BE=\sqrt5$，∴$BE^2=OB^2+OE^2$，∴$EO\perp OB$. 又$EO\perp AD$，$AD\cap OB=O$，∴$EO\perp$平面$ABCD$，ED在平面$ABCD$上的射影为OD，故$\angle EDO$为ED与平面ABD所成角. 在$Rt\triangle EOD$中，$ED=\sqrt3$，$OD=1$，$EO=\sqrt2$. ∴$\sin\angle EDO=\frac{\sqrt2}{\sqrt3}=\frac{\sqrt6}{3}$.
(3)由(2)可知，$EO\perp$平面$ABCD$，故$V_{F-ABD}=V_{E-ABD}=\frac13S_{\triangle ABD}\cdot EO=\frac13\cdot\frac12AD\cdot OB\cdot OE=\frac13\times\frac12\times2\times\sqrt3\times\sqrt2=\frac{\sqrt6}{3}$.

20. (1)依题意可知，$\frac{b^2}{a^2}=1-e^2=1-\frac34=\frac14$，∴$a^2=4b^2$，$c^2=3b^2$，$c=\sqrt3b$. 又当点$P$在短轴端点处时$S_{\triangle F_1PF_2}$为最大，故$S=\frac12\cdot2c\cdot b=bc=\sqrt3b^2=\sqrt3$. ∴$b^2=1$，$a^2=4$. 从而椭圆方程为$\frac{x^2}{4}+y^2=1$.
(2)当两条直线一条斜率为0，一条斜率不存在时，此时$|AB|=4$，$|CD|=1$，$S=\frac12|AB|\cdot|CD|=2$. 当两条直线斜率都存在时，不妨设直线AB的方

程为：$y=k(x-\sqrt{3})(k\neq 0)$，则直线 CD 的方程为 $y=-\frac{1}{k}(x-\sqrt{3})$，联立 $\begin{cases}y=k(x-\sqrt{3}),\\ \frac{x^2}{4}+y^2=1\end{cases}$ 消去 y 后，得 $(4k^2+1)x^2-8\sqrt{3}k^2x+12k^2-4=0$. 设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $\begin{cases}x_1+x_2=\frac{8\sqrt{3}k^2}{4k^2+1},\\ x_1x_2=\frac{12k^2-4}{4k^2+1}.\end{cases}$ 则 $|AB|=4-\frac{\sqrt{3}}{2}(x_1+x_2)=4-\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{8\sqrt{3}k^2}{4k^2+1}=\frac{8(k^2+1)}{2(4k^2+1)}=\frac{4(k^2+1)}{4k^2+1}$，同理 $|CD|=\frac{4\left(\frac{1}{k^2}+1\right)}{4\cdot\frac{1}{k^2}+1}=\frac{4(1+k^2)}{4+k^2}$，$S=\frac{1}{2}|AB|\cdot|CD|=\frac{1}{2}\cdot\frac{16(k^2+1)^2}{(4k^2+1)(k^2+4)}$. ∵ $(4k^2+1)\cdot(k^2+4)\leqslant\left[\frac{5(k^2+1)}{2}\right]^2=\frac{25(k^2+1)^2}{4}$. ∴ $S\geqslant 8\times\frac{4}{25}=\frac{32}{25}$. 此时 $k^2=1$，$k=\pm1$，等号成立，故 $S_{\min}=\frac{32}{25}$.

21. (1) ∵ $f'(x)=e^x+2x-1$，∴ $f'(0)=0$，∴ l 的方程为 $y=1$. 依题意，知 $-\frac{a}{2}=1$，$c=1$. 于是 l 与抛物线 $g(x)=x^2-2x+b$ 切于点 $(1,1)$，由 $1^2-2+b=1$ 得 $b=2$. 所以 $a=-2$，$b=2$，$c=1$.

(2) 设 $h(x)=f(x)-g(x)=e^x-(a+1)x-b$，则 $h(x)\geqslant0$ 恒成立. 易得 $h'(x)=e^x-(a+1)$. ①当 $a+1\leqslant0$ 时，∵ $h'(x)>0$，∴ 此时 $h(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上单调递增. a. 若 $a+1=0$，则当 $b\leqslant0$ 时满足条件，此时 $a+b\leqslant-1$；b. 若 $a+1<0$，取 $x_0<0$ 且 $x_0<\frac{1-b}{a+1}$，此时 $h(x_0)=e^{x_0}-(a+1)x_0-b<1-(a+1)\cdot\frac{1-b}{a+1}-b=0$，∴ $h(x)\geqslant0$ 不恒成立. 不满足条件；②当 $a+1>0$ 时，令 $h'(x)=0$，得 $x=\ln(a+1)$. 由 $h'(x)>0$，得 $x>\ln(a+1)$；由 $h'(x)<0$，得 $x<\ln(a+1)$. ∴ $h(x)$ 在 $(-\infty,\ln(a+1))$ 上单调递减，在 $(\ln(a+1),+\infty)$ 上单调递增. 要使得"$h(x)=e^x-(a+1)x-b\geqslant0$ 恒成立"，必须有"当 $x=\ln(a+1)$ 时，$h(x)_{\min}=(a+1)-(a+1)\ln(a+1)-b\geqslant0$"成立. ∴ $b\leqslant(a+1)-(a+1)\ln(a+1)$. 则 $a+b\leqslant2(a+1)-(a+1)\cdot\ln(a+1)-1$. 令 $G(x)=2x-x\ln x-1$，$x>0$，则 $G'(x)=1-\ln x$. 令 $G'(x)=0$，得 $x=e$. 由 $G'(x)>0$，得 $0<x<e$；由 $G'(x)<0$，得 $x>e$. ∴ $G(x)$ 在 $(0,e)$ 上单调递增，在 $(e,+\infty)$ 上单调递减，∴ 当 $x=e$ 时，$G(x)_{\max}=e-1$. 从而，当 $a=e-1$，$b=0$ 时，$a+b$ 的最大值为 $e-1$. 综上，$a+b$ 的最大值为 $e-1$.

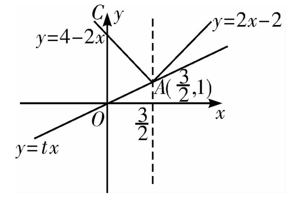
点评：本题考查导数的几何意义，及利用导数解决不等式的问题.

22. (1) 将直线 l 的极坐标方程化为直角坐标方程，得 $y-1=\frac{\sqrt{3}}{3}(x-1)$，显然，直线 l 过定点 $(1,1)$，倾斜角为 $\frac{\pi}{6}$，因此直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+t\cos\frac{\pi}{6},\\ y=1+t\sin\frac{\pi}{6}\end{cases}$（$t$ 为参数），即 $\begin{cases}x=1+\frac{\sqrt{3}}{2}t,\\ y=1+\frac{1}{2}t\end{cases}$（$t$ 为参数）.

(2) 圆 $\rho=2$ 的直角坐标方程为 $x^2+y^2=4$，把 $\begin{cases}x=1+\frac{\sqrt{3}}{2}t,\\ y=1+\frac{1}{2}t\end{cases}$ 代入 $x^2+y^2=4$，得 $\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)^2+\left(1+\frac{1}{2}t\right)^2=4$，$t^2+(\sqrt{3}+1)t-2=0$，因为 $\Delta=(\sqrt{3}+1)^2+8>0$，故设其两根分别为 t_1,t_2，显然 $t_1t_2=-2$，故点 $P(1,1)$ 到 A,B 两点的距离之积为2.

点评：本题考查参数方程及极坐标与普通方程的互化及直线参数方程的应用.

23. (1) 由 $f(x)\geqslant\frac{1}{3}g(x)$，可得 $|3x+1|-|2x-3|\leqslant1$，则当 $x\geqslant\frac{3}{2}$ 时，$3x+1-2x+3\leqslant1$，即 $x\leqslant-3$，∴ 不符合题意；当 $-\frac{1}{3}\leqslant x<\frac{3}{2}$ 时，$3x+1+2x-3\leqslant1$，∴ $-\frac{1}{3}\leqslant x\leqslant\frac{3}{5}$；当 $x<-\frac{1}{3}$ 时，$-3x-1+2x-3\leqslant1$，∴ $-5\leqslant x<-\frac{1}{3}$. 综上，不等式 $f(x)\geqslant\frac{1}{3}g(x)$ 的解集为 $\left\{x\left|-5\leqslant x\leqslant\frac{3}{5}\right.\right\}$.



第23题图

(2) 根据题意，由不等式 $f(x)-\frac{t}{2}x\leqslant\frac{1}{2}+\left|x-\frac{3}{2}\right|$，化简得 $f(x)-tx\leqslant0$，即 $f(x)\leqslant tx$. 由 $f(x)=1+|2x-3|=\begin{cases}2x-2,x\geqslant\frac{3}{2},\\ 4-2x,x<\frac{3}{2}.\end{cases}$ 作出 $y=f(x)$ 与 $y=tx$ 的大致图像如图所示. 由单调性可知 $f(x)$ 的最小值点为 $A\left(\frac{3}{2},1\right)$. ∵ 当过原点的直线 $y=tx$ 经过点 A 时，$t=\frac{2}{3}$，当直线 $y=tx$ 与 AC 平行时，$t=-2$. ∴ 当 $-2\leqslant t<\frac{2}{3}$ 时，$y=f(x)$ 与 $y=tx$ 的图像无交点，且 $y=tx$ 的图像都在 $y=f(x)$ 的图像的下方，∴ 当不等式 $f(x)-tx\leqslant0$ 的解集非空时，t 的取值范围是 $(-\infty,-2)\cup\left[\frac{2}{3},+\infty\right)$.

点评：本题考查含绝对值不等式及其解法，属于基础题.

2018・高考12卷・卷②
文科数学

1. C 【解析】$A\cap B=\left\{x\left|1\leqslant x<\frac{5}{2}\right.\right\}$，$A\cup B=\{x|x\geqslant1\}\cup\left\{x\left|x<\frac{5}{2}\right.\right\}=\mathbf{R}$.

2. A 【解析】$z=\frac{2+i}{1-i}=\frac{(2+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\frac{2+i+2i+i^2}{2}=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$，故 z 在复平面内对应的点所在的象限为第一象限.

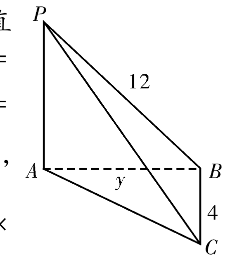
3. B 【解析】由 $S_5=\frac{5(a_1+a_5)}{2}=5a_3=40$，$a_3=8$，由 $a_3+2a_7=0$，$a_7=-4$，公差 $d=\frac{a_7-a_3}{7-3}=-3$，故 $a_n=a_3+(n-3)d=-3n+17$，n 为正整数. 当 $n=1$ 时，$(a_n)_{\max}=a_1=14$.

4. C 【解析】设羊、马、牛主人赔偿的粟的斗数分别为 a_1,a_2,a_3，则这3个数依次成等比数列，公比 $q=2$，所以 $a_1+2a_1+4a_1=5$，解得 $a_1=\frac{5}{7}$，故 $a_3=\frac{20}{7}$，$a_3-a_1=\frac{20}{7}-\frac{5}{7}=\frac{15}{7}$.

5. A 【解析】∵ $\boldsymbol{b}/\!/\boldsymbol{c}$，∴ $x\cdot(-\sqrt{3})=-3\times1$，解得 $x=\sqrt{3}$，∴ $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(0,4)$，∴ $\cos\langle\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}\rangle=\frac{0\times\sqrt{3}+4\times1}{2\times4}=\frac{1}{2}$，∴ $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$，故选A.

6. C 【解析】∵ Γ 的一条渐近线与直线 $2x-3y+3=0$ 垂直，∴ Γ 的一条渐近线的斜率 $k=-\frac{3}{2}$，则 Γ 的离心率 $e=\sqrt{1+\frac{1}{k^2}}=\frac{\sqrt{13}}{3}$.

7. D 【解析】由三视图知三棱锥如图所示，底面 ABC 是直角三角形，$AB\perp BC$，$PA\perp$ 平面 ABC，$BC=4$，$PA^2+y^2=12^2$，$4^2+PA^2=x^2$，因此 $xy=x\sqrt{12^2-(x^2-4^2)}=x\sqrt{160-x^2}\leqslant\frac{x^2+(160-x^2)}{2}=80$. 当且仅当 $x^2=160-x^2$，即 $x=4\sqrt{5}$ 时取等号，此时 $PA=8$，$V=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times4\sqrt{5}\times4\times8=\frac{64\sqrt{5}}{3}$，故选D.



第7题图

8. D 【解析】程序运行中，每次各个变量的值一一列举为 $\begin{cases}s=0+1,\\k=2,\\i=2;\end{cases}$ $\begin{cases}s=0+1+2,\\k=2^2,\\i=4;\end{cases}$ $\begin{cases}s=0+1+2+2^2,\\k=2^3,\\i=6;\end{cases}$ $\begin{cases}s=0+1+2+2^2+2^3,\\k=2^4,\\i=8.\end{cases}$ 此时结束循环，$s=0+1+2+2^2+2^3=15$，故选D.

9. C 【解析】方法一：将函数 $f(x)=3\sin\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)$ 的图像向右平移 $\varphi(\varphi>0)$ 个单位长度，得到函数 $g(x)=3\sin\left[3(x-\varphi)+\frac{\pi}{4}\right]=3\sin\left(3x-3\varphi+\frac{\pi}{4}\right)$ 的图像，由题意，函数 $g(x)=3\sin\left(3x-3\varphi+\frac{\pi}{4}\right)$ 的图像的对称轴是直线 $x=\frac{\pi}{4}$，所以 $3\times\frac{\pi}{4}-3\varphi+\frac{\pi}{4}=k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，解得 $\varphi=\frac{\pi}{6}-\frac{k\pi}{3}(k\in\mathbf{Z})$. 又 $\varphi>0$，所以当 $k=0$ 时，φ 取得最小正值 $\frac{\pi}{6}$，故选C.

方法二：将函数 $f(x)=3\sin\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)$ 的图像向右平移 $\varphi(\varphi>0)$ 个单位长度，得到函数 $g(x)=3\sin\left[3(x-\varphi)+\frac{\pi}{4}\right]=3\sin\left(3x-3\varphi+\frac{\pi}{4}\right)$ 的图像，由题意，函数 $g(x)=3\sin\left(3x-3\varphi+\frac{\pi}{4}\right)$ 的图像的对称轴是直线 $x=\frac{\pi}{4}$，所以 $g\left(\frac{\pi}{4}\right)=3\sin\left(3\times\frac{\pi}{4}-3\varphi+\frac{\pi}{4}\right)=\pm3$，则 $\pi-3\varphi=k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$. 解得 $\varphi=\frac{\pi}{6}-\frac{k\pi}{3}(k\in\mathbf{Z})$. 又 $\varphi>0$，所以当 $k=0$ 时，φ 取得最小正值 $\frac{\pi}{6}$.

10. C 【解析】令 $F(x)=f(x)-1=-x^3-x$，易知函数 $F(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数且单调递减. 不等式 $f(x^2-a)+f(2x)<2$ 恒成立可转化为 $f(x^2-a)-1<-[f(2x)-1]$，即 $F(x^2-a)<-F(2x)$，也就是 $F(x^2-a)<F(-2x)$ 恒成立，所以 $x^2-a>-2x$，即 $x^2+2x-a>0$，所以 $(x+1)^2-1-a>0$ 恒成立，所以 $a<-1$.

11. D 【解析】设 $\log_2x=\log_3y=\log_5z=N>1$，则 $x=2^N$，$y=3^N$，$z=5^N$，$\frac{x}{2}=2^{N-1}$，$\frac{y}{3}=3^{N-1}$，$\frac{z}{5}=5^{N-1}$，$\frac{\frac{x}{2}}{\frac{y}{3}}=\left(\frac{2}{3}\right)^{N-1}$，又 $N>1$，∴ $N-1>0$. ∴ $\left(\frac{2}{3}\right)^{N-1}<1$，故 $\frac{y}{3}>\frac{x}{2}$，同理 $\frac{y}{3}<\frac{z}{5}$.

12. D 【解析】$x_1f(x_1)+x_2f(x_2)>x_1f(x_2)+x_2f(x_1)$ 等价于 $(x_1-x_2)(f(x_1)-f(x_2))>0$，所以函数 $f(x)$ 在 $[1,3]$ 上是单调递增函数，所以 $f'(x)\geqslant0$ 在 $[1,3]$ 上恒成立. $f'(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}+a=\frac{ax^2+x+1}{x^2}\geqslant0$，所以 $ax^2+x+1\geqslant0$，解得 $a\geqslant\frac{-x-1}{x^2}$，则题意可转化为当 $x\in[1,3]$ 时，$a\geqslant\frac{-x-1}{x^2}$ 恒成立，设 $g(x)=-\frac{x+1}{x^2}=\frac{1}{4}-\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{2}\right)^2$，所以 $g(x)$ 的最大值为 $g(3)=-\frac{4}{9}$，所

以 $a\geqslant-\frac{4}{9}$.

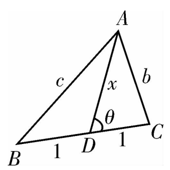
13. $\frac{3}{4}$ 【解析】由题意知,方程 $x^2-mx+\frac{1}{2}m^2-3m=0$ 有实根,则 $\Delta=m^2-4\left(\frac{1}{2}m^2-3m\right)\geqslant0$,解得$0\leqslant m\leqslant12$,又 $\log_3 m<2$,所以 $0<m<9$,所以不等式 $\log_3 m<2$ 成立的概率为 $\frac{9-0}{12-0}=\frac{3}{4}$.

14. $\frac{24}{25}$ 【解析】∵ $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{4}{5}>0$,且 α 为锐角,∴ $\alpha+\frac{\pi}{4}$ 是锐角,∴ $\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{3}{5}$,$\cos2\alpha=\sin\left(2\alpha+\frac{\pi}{2}\right)=2\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)\cdot\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{24}{25}$.

15. $\frac{32\sqrt{2}+16\sqrt{6}}{3}$ 【解析】∵ $AB=BC=4$,$AC=4\sqrt{2}$,∴ $\triangle ABC$ 是一个直角三角形,其面积为8.其所在球的截面圆的圆心在斜边 AC 的中点上,设截面圆的圆心为 Q,要使四面体 $ABCD$ 的体积是最大值,由于底面积 $S_{\triangle ABC}$ 不变,高最大时体积最大,设外接球半径为 R,∴ $4\pi R^2=128\pi$,∴ $R=4\sqrt{2}$,∴ $OQ=\sqrt{OA^2-AQ^2}=2\sqrt{6}$,∴ $DQ=4\sqrt{2}+2\sqrt{6}$,∴三棱锥 $D-ABC$ 体积的最大值为 $\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}\cdot DQ=\frac{1}{3}\times8\times(4\sqrt{2}+2\sqrt{6})=\frac{32\sqrt{2}+16\sqrt{6}}{3}$.

16. $\frac{3}{4}$ 【解析】由抛物线 C 在点 M 处的切线的斜率为2,可设此切线方程为 $y=2x+t$,联立方程,得 $\begin{cases}y=2x+t,\\y^2=4x,\end{cases}$ 消去 y 得 $4x^2+(4t-4)x+t^2=0$,由$\Delta=0$得 $-32t+16=0$,所以 $t=\frac{1}{2}$,则点 M 的坐标为 $\left(\frac{1}{4},1\right)$.又 $F(1,0)$,四边形 $AFBM$ 为平行四边形,所以 AB 的中点即 MF 的中点 $N\left(\frac{5}{8},\frac{1}{2}\right)$.设 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,则 $y_1^2=4x_1$,$y_2^2=4x_2$,$y_1+y_2=1$,所以 $k_{AB}=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\frac{y_1-y_2}{\frac{y_1^2}{4}-\frac{y_2^2}{4}}=\frac{4}{y_1+y_2}=4$,所以直线 l 的方程为 $y-\frac{1}{2}=4\left(x-\frac{5}{8}\right)$,即 $y=4x-2$,联立抛物线方程与直线 l 的方程可得 $|AB|=\frac{3\sqrt{17}}{4}$,又点 O 到直线 AB 的距离为 $\frac{2}{\sqrt{17}}$,所以 $\triangle AOB$ 的面积为 $\frac{1}{2}\times\frac{3\sqrt{17}}{4}\times\frac{2}{\sqrt{17}}=\frac{3}{4}$.

17. (1)∵ $S=\frac{1}{2}bc\sin A$,又 $S=a^2\tan A$,∴ $\frac{1}{2}bc\sin A=a^2\tan A\Rightarrow bc\cos A=2a^2$,又 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A\Rightarrow a^2=b^2+c^2-4a^2$,$b^2+c^2=5a^2$,故 $\frac{\sin^2B+\sin^2C}{\sin^2A}=\frac{b^2+c^2}{a^2}=5$.



第17题图

(2)若 $a=2$,则 $b^2+c^2=20$,如图,设 $\angle ADC=\theta$,$AD=x$,则 $\begin{cases}b^2=x^2+1-2x\cos\theta\\c^2=x^2+1-2x\cos(\pi-\theta)\end{cases}\Rightarrow b^2+c^2=2x^2+2$,故 $20=2x^2+2\Rightarrow x^2=9$,∴ $x=3$,即 BC 边上的中线 $AD=3$.

18. (1)∵ 平面 $ABC\perp$ 平面 DAC,$BC\perp AC$,∴ $BC\perp$ 平面 DAC,∴ $BC\perp AD$.∵ $CD\perp AD$,∴ $AD\perp$ 平面 BCD.∵ $AD\subset$ 平面 ABD,∴ 平面 $ABD\perp$ 平面 BCD.

(2)设点 C 到平面 ABD 的距离为 h,由 $BC=1$,则 $AB=2$,$AC=\sqrt{3}$,$AD=DC=\frac{\sqrt{6}}{2}$,$BD=\sqrt{BC^2+DC^2}=\frac{\sqrt{10}}{2}$,由(1)知 $AD\perp BD$,BC 为三棱锥 $B-ACD$ 的高,∵ $V_{三棱锥B-ACD}=V_{三棱锥C-ABD}$,∴ $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{6}}{2}\times\frac{\sqrt{6}}{2}\times1=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{10}}{2}\times\frac{\sqrt{6}}{2}\times h$,∴ $h=\frac{\sqrt{15}}{5}$.

19. (1)因为达到"日行一万步,健康你一生"标准的频率为20%,所以 $b=100\times20\%=20$,所以 $a=100-10-20-10-20=40$.

(2)因为 B,C,D 三个组的频数之比为 $40:20:10=4:2:1$,所以用分层抽样的方法从 B,C,D 三个组中共抽取14名成员,B,C,D 三个组抽取的人数分别为 $14\times\frac{4}{7}=8$,$14\times\frac{2}{7}=4$,$14\times\frac{1}{7}=2$.

(3)由(2),可设 C 组中的4人分别为 c_1,c_2,c_3,c_4,D 组中的2人分别为 d_1,d_2,则从 C 组、D 组中抽取2人的情况有 $(c_1,c_2),(c_1,c_3),(c_1,c_4),(c_1,d_1)(c_1,d_2),(c_2,c_3),(c_2,c_4),(c_2,d_1),(c_2,d_2),(c_3,c_4),(c_3,d_1),(c_3,d_2),(c_4,d_1),(c_4,d_2),(d_1,d_2)$,共15种.

设事件 M 为"抽取的2人来自不同的组",则事件 M 包含的事件有 $(c_1,d_1),(c_1,d_2),(c_2,d_1),(c_2,d_2),(c_3,d_1),(c_3,d_2),(c_4,d_1),(c_4,d_2)$,共8种.根据古典概型的知识可知,$P(M)=\frac{8}{15}$.故抽取的2人来自不同组的概率为 $\frac{8}{15}$.

20. (1)∵ $|F_1F_2|=2$,∴ $2c=2$,解得 $c=1$.∵ 直线 l 与椭圆 E 交于 A,B 两点,且 $|AF_1|=4-|AF_2|$,∴ $|AF_1|+|AF_2|=4$,∴ $2a=4$,解得 $a=2$,∴ $b^2=a^2-c^2=2^2-1^2=3$,∴ 椭圆 E 的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.

(2)四边形 $ABA'B'$ 存在内切的定圆,且该定圆的方程为 $x^2+y^2=\frac{12}{7}$.

理由如下:

连接 OA',OB',则 $OA=OA'$,$OB=OB'$,∵ $\angle AOB=90°$,∴ $OA\perp OB$,∴ 四边形 $ABA'B'$ 为菱形,存在内切圆,且内切圆的圆心为 O,半径为点 O 到直线 l 的距离.

①当直线 l 的斜率存在时,设 $l:y=kx+m$,$A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,由 $\begin{cases}y=kx+m,\\\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1\end{cases}$ 得 $(3+4k^2)x^2+8kmx+4m^2-12=0$,$\Delta=(8km)^2-4(3+4k^2)\cdot(4m^2-12)=48(4k^2-m^2+3)>0$,∴ $x_1+x_2=\frac{-8km}{3+4k^2}$,$x_1x_2=\frac{4m^2-12}{3+4k^2}$.∵ $\angle AOB=90°$,∴ $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$,即 $x_1x_2+y_1y_2=(1+k^2)x_1x_2+km(x_1+x_2)+m^2=(1+k^2)\cdot\frac{4m^2-12}{3+4k^2}-\frac{8k^2m^2}{3+4k^2}+m^2=\frac{7m^2-12-12k^2}{3+4k^2}=0$,∴ $m^2=\frac{12}{7}(1+k^2)$,此时 $\Delta>0$,满足题意,∴ 原点 O 到直线 l 的距离 $d=\frac{|m|}{\sqrt{1+k^2}}=\frac{2\sqrt{21}}{7}$,②当直线 l 的斜率不存在时,设直线 l 的方程为 $x=m$,不妨设 $y_A>0$,则 $A\left(m,\frac{\sqrt{3(4-m^2)}}{2}\right)$,$B\left(m,-\frac{\sqrt{3(4-m^2)}}{2}\right)$,由 $\angle AOB=90°$ 得 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$,即 $m^2-\frac{3(4-m^2)}{4}=0$,解得 $|m|=\frac{2\sqrt{21}}{7}$,即原点 O 到直线 l 的距离为 $\frac{2\sqrt{21}}{7}$.综上可知,四边形 $ABA'B'$ 存在内切的定圆,且该定圆的方程为 $x^2+y^2=\frac{12}{7}$.

21. (1) $f'(x)=2x+(a-2)-\frac{a}{x}=\frac{2x^2+(a-2)x-a}{x}=\frac{2(x-1)\left(x+\frac{a}{2}\right)}{x}(x>0)$,当 $a\geqslant0$ 时,则 $0<x<1$,$f'(x)<0$,$x>1$,$f'(x)>0$,∴ $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调

递减,在 $(1,+\infty)$ 上单调递增.当 $-2<a<0$ 时,$0<-\frac{a}{2}<1$,则 $0<x<-\frac{a}{2}$,或 $x>1$ 时,$f'(x)>0$;$-\frac{a}{2}<x<1$ 时,$f'(x)<0$.∴ $f(x)$ 在 $\left(0,-\frac{a}{2}\right)$ 和 $(1,+\infty)$ 上单调递增,在 $\left(-\frac{a}{2},1\right)$ 上单调递减.当 $a=-2$ 时,$-\frac{a}{2}=1$,$f'(x)\geqslant0$,此时,$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增.当 $a<-2$ 时,$-\frac{a}{2}>1$,则 $0<x<1$ 或 $x>-\frac{a}{2}$ 时,$f'(x)>0$;$1<x<-\frac{a}{2}$ 时,$f'(x)<0$.∴ $f(x)$ 在 $(0,1)$ 和 $\left(-\frac{a}{2},+\infty\right)$ 上单调递增,在 $\left(1,-\frac{a}{2}\right)$ 上单调递减.综上所述:$a\geqslant0$ 时,$f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增,在 $(0,1)$ 上单调递减.当 $-2<a<0$ 时 $f(x)$ 在 $\left(0,-\frac{a}{2}\right)$ 和 $(1,+\infty)$ 上单调递增,在 $\left(-\frac{a}{2},1\right)$ 上单调递减,当 $a=-2$ 时 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增,当 $a<-2$ 时,$f(x)$ 在 $(0,1)$ 和 $\left(-\frac{a}{2},+\infty\right)$ 上单调递增,在 $\left(1,-\frac{a}{2}\right)$ 上单调递减.

(2)当 $a\geqslant0$ 时,由(1)知 $f(x)_{极小值}=f(1)=a-1$,且无极大值.仅当 $f(1)=a-1=0$,即 $a=1$ 时,恰好 $x=1$ 是 $f(x)$ 的唯一零点.当 $-2<a<0$ 时,$f(x)_{极小值}=f(1)=a-1<0$,$f(x)_{极大值}=f\left(-\frac{a}{2}\right)=\frac{a^2}{4}+(a-2)\left(-\frac{a}{2}\right)-a\ln\left(-\frac{a}{2}\right)$.欲使函数 $f(x)$ 有且仅有一个零点,则 $f\left(-\frac{a}{2}\right)<0$ 恒成立,即 $1-\frac{a}{4}-\ln\left(-\frac{a}{2}\right)>0$ 恒成立.令 $h(a)=1-\frac{a}{4}-\ln\left(-\frac{a}{2}\right)$,$a\in(-2,0)$.则 $h'(a)=-\frac{1}{4}-\frac{1}{a}>0$,则 $h(a)$ 在 $(-2,0)$ 上为增函数,又 $h(-2)=1-\frac{-2}{4}-\ln\left(-\frac{-2}{2}\right)=\frac{3}{2}>0$,即 $f\left(-\frac{a}{2}\right)<0$ 在 $(-2,0)$ 上恒成立.综上所述:当 a 的取值范围为 $a\in(-2,0)$ 或 $a=1$ 时,$f(x)$ 有且仅有一个零点.

22. (1)∵ $\rho=2\cos\theta$,∴ $\rho^2=2\rho\cos\theta$,由互化公式,得 $x^2+y^2=2x$,即圆 C 的直角坐标方程为 $(x-1)^2+y^2=1$,且圆心为 $C(1,0)$,半径为1,又当 $b=1$ 时,直线 l 的直角坐标方程为 $x+2y-2=0$,圆心 C 到直线 l 的距离 $d=\frac{|1-2|}{\sqrt{4+1}}=\frac{1}{\sqrt{5}}$,则圆 C 被直线 l 所截的弦长为 $2\sqrt{1-d^2}=\frac{4}{\sqrt{5}}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$.

(2)设 $M(x,y)$,则 $A(2x,2y)$,设直线 l 与 y 轴相交于 D,则 $D(0,1)$,$\overrightarrow{OA}=(2x,2y)$,$\overrightarrow{DA}=(2x,2y-1)$,∵ $OA\perp DA$,∴ $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{DA}=4x^2+2y(2y-1)=0$,即 $x^2+\left(y-\frac{1}{4}\right)^2=\frac{1}{16}$(不包含原点).∴ 点 M 的轨迹的参数方程为 $\begin{cases}x=\frac{1}{4}\cos\varphi\\y=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\sin\varphi\end{cases}$ (φ 为参数,$0\leqslant\varphi<2\pi$,且 $\varphi\neq\frac{3}{2}\pi,\frac{\pi}{2}$).

23. (1)当 $a=3$ 时,$f(x)=|x-3|$,不等式 $f(x)\geqslant4-|2x-1|$ 转化为 $|x-3|+|2x-1|\geqslant4$,等价于 $\begin{cases}x\leqslant\frac{1}{2}\\-3x\geqslant0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}\frac{1}{2}<x<3\\x\geqslant2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x\geqslant3\\3x\geqslant8\end{cases}$ 解得,$x\leqslant0$ 或 $x\geqslant2$,故不等式 $f(x)\geqslant4-|2x-1|$ 的解集为 $(-\infty,0]\cup[2,+\infty)$.

(2)令 $h(x)=f(x+a)-f(x)=|x|-|x-a|=\begin{cases}-a,x\leqslant0,\\2x-a,0<x<a,\\a,x\geqslant a.\end{cases}$ 由于 $h(x)\geqslant1$ 的解集为 $\left[\frac{3}{2},+\infty\right)$,则当 $x\leqslant0$ 时,不符合题意.当 $0<x<a$ 时,

$2x-a\geqslant 1$，即 $x\geqslant\frac{a+1}{2}$，令 $\frac{a+1}{2}=\frac{3}{2}$，得 $a=2$，此时 $\frac{3}{2}<a$，当 $x\geqslant a=2$ 时，$h(x)=2>1$，满足题意，故实数 a 的值为 2.

2016·高考 12 卷·卷③
文科数学

1. D 【解析】由 $\log_2 x\leqslant 1$ 可得 $0<x\leqslant 2$，$B=\{x\mid -1<x<1\}$，所以 $A\cap B=\{x\mid 0<x<1\}$.

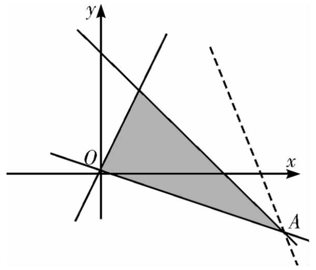
2. D 【解析】由 $z_1=2-\mathrm{i}$ 可得 $z_2=2+\mathrm{i}$，所以 $\frac{z_1}{z_2}=\frac{2-\mathrm{i}}{2+\mathrm{i}}=\frac{3}{5}-\frac{4\mathrm{i}}{5}$.

3. C 【解析】由 $S_3=9$，$S_7=35$，$\{a_n\}$ 是等差数列，所以 $a_2=3$，$a_4=5$，则 $d=1$，$a_n=n+1$，$a_6=7$.

4. D 【解析】双曲线上一动点 M 到左焦点的最小距离为 $c-a=2$，$b=4$，由 $a^2+b^2=c^2$，解得 $a=3$，$c=5$，则双曲线的离心率为 $\frac{5}{3}$.

5. D 【解析】$a=2^{1.5}>b=4^{0.7}=2^{1.4}>2>c=\log_3 8$.

6. C 【解析】满足约束条件的区域如图所示，则动直线 $y=-2x+z$ 过 $A(2,-1)$ 时 $z=2x+y$ 取最大值 3.



第 6 题图

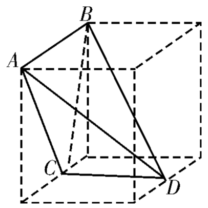
7. B 【解析】$A=2$，$\omega=3$，$\varphi=\frac{\pi}{4}$，$f(x)=2\sin\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)$，对称轴为 $3x+\frac{\pi}{4}=k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in\mathbf{Z}$，解得 $x=\frac{k\pi}{3}+\frac{\pi}{12}$，$k\in\mathbf{Z}$，故 B 满足.

8. A 【解析】由 $a_2\cdot a_6=a_3\cdot a_5=64$，且 $a_3+a_5=20$，$\{a_n\}$ 是递增数列，所以 $a_3=4$，$a_5=16$，则 $a_1=1$，$q=2$，$a_n=2^{n-1}$，则 $\frac{a_{2\,018}}{2^{2\,018}}=\frac{2^{2\,017}}{2^{2\,018}}=\frac{1}{2}$.

9. C 【解析】由题意，得甲中 $\frac{78+88+84+86+92+90+m+95}{7}=88$，解得 $m=3$. 乙中 $88<89<92$，所以 $n=9$，所以 $m+n=12$，故选 C.

10. B 【解析】$i=1$，$S=1$，$n=2$；$i=2$，$S=1+2\times 2$，$n=2^2$；$i=3$，$S=1+2\times 2+3\times 2^2$，$n=2^3$；$i=4$，$S=1+2\times 2+3\times 2^2+4\times 2^3$，$n=2^4$；$i=5$，$S=1+2\times 2+3\times 2^2+4\times 2^3+5\times 2^4$，$n=2^5$；$i=6$，$S=1+2\times 2+3\times 2^2+4\times 2^3+5\times 2^4+6\times 2^5$，$n=2^6$；$\therefore S=1+2\times 2+3\times 2^2+4\times 2^3+5\times 2^4+6\times 2^5=321$.

11. A 【解析】三棱锥直观图如图所示，则体积为 $V_{D-ABC}=\frac{1}{3}\times 2\times\frac{1}{2}\times 2\times 2=\frac{4}{3}$.



第 11 题图

12. C 【解析】设过点 $T(3,0)$ 的直线 l 交抛物线 $y^2=2x$ 于点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$. 当直线 l 的斜率不存在时，直线 l 的方程为 $x=3$，此时，直线 l 与抛物线相交于 $A(3,\sqrt{6})$，$B(3,-\sqrt{6})$，$\therefore\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=3$. 当直线 l 的斜率存在时，设直线 l 的方程为 $y=k(x-3)$，其中 $k\neq 0$. 由 $\begin{cases}y^2=2x,\\y=k(x-3),\end{cases}$ 得 $ky^2-2y-6k=0$，则 $y_1y_2=-6$. 又 $\because x_1=\frac{1}{2}y_1^2$，$x_2=\frac{1}{2}y_2^2$，$\therefore\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2=\frac{1}{4}(y_1y_2)^2+y_1y_2=3$.

13. 7 【解析】由 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 垂直可得 $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{a}=0$，$(m-1,3)\cdot(-1,2)=1-m+6=7-m=0$，所以 $m=7$.

14. 1 【解析】$f(x+2)=f(-x)$，$f(x)=f(-x)$，则 $f(x+2)=f(x)$，函数周期为 2，$f(2\,018)=f(0)=2^0=1$.

15. $\frac{3}{5}$ 【解析】$m\in\{-2,-1,0,1,2\}$，设 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(x+m)$ 不过第二象限为事件 A，事件 A 满足 $m\in\{-2,-1,0\}$，得 $P(A)=\frac{3}{5}$.

16. 1 【解析】$f(x)=(1-k)x+\frac{1}{\mathrm{e}^x}$ 无零点，等价于方程 $f(x)=0$ 在 $\mathbf{R}$ 上没有实数解. 假设 $k>1$，此时 $f(0)=1>0$，$f\left(\frac{1}{k-1}\right)=-1+\frac{1}{\mathrm{e}^{\frac{1}{k-1}}}<0$. 又函数 $f(x)$ 的图像连续不断，由零点存在定理，可知 $f(x)=0$ 在 $\mathbf{R}$ 上至少有一解，与“方程 $f(x)=0$ 在 $\mathbf{R}$ 上没有实数解”矛盾，故 $k\leqslant 1$. 又 $k=1$ 时，$f(x)=\frac{1}{\mathrm{e}^x}>0$，知方程 $f(x)=0$ 在 $\mathbf{R}$ 上没有实数解，所以 k 的最大值为 1.

17. (1) $f(x)=\sin\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{6}\right)$，最小正周期为 4π，对称轴为 $\frac{x}{2}+\frac{\pi}{6}=k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in\mathbf{Z}$ 即 $x=2k\pi+\frac{2\pi}{3}$，$k\in\mathbf{Z}$. (2) 由 $f(2B)=\sin\left(B+\frac{\pi}{6}\right)=1$，得 $B=\frac{\pi}{3}$，$S_{\triangle ABC}=\frac{3\sqrt{3}}{4}=\frac{1}{2}\cdot ac\cdot\sin B=\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot ac$，得 $ac=3$，由余弦定理得 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B=(a+c)^2-2ac-2ac\cos B$，由 $b=\sqrt{13}$，$B=\frac{\pi}{3}$ 得 $13=(a+c)^2-6-6\times\frac{1}{2}$，即 $(a+c)^2=22$，所以 $a+c=\sqrt{22}$.

18. (1) 由 $AC=BC$，$AE=BE$，知 $CE\perp AB$. 又直线 $AA_1\perp$ 平面 ABC，则 $CE\perp AA_1$，所以 $CE\perp$ 平面 ABB_1A_1，$CE\subset$ 平面 A_1EC，$\therefore$ 平面 $A_1EC\perp$ 平面 A_1ABB_1.
(2) 直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积为 $V=2\times 2\times\frac{1}{2}\times 2=4$，$V_{四棱锥A-BCC_1D}=\frac{1}{3}\times 2\times\left(\frac{1}{2}+2\right)\times\frac{1}{2}\times 2=\frac{5}{3}$，则上下体积之比为 $\left(4-\frac{5}{3}\right):\frac{5}{3}=7:5$.

19. (1) 由题知，发病时间超过 48 h 且产生流感并发症的病人有 19 人，总人数为 50 人，所以 $P=\frac{19}{50}$. (2) 设这 7 名病人分别为 a,b,c,d,e,A,B（大写为儿童），则从中抽取两名病人的情况有：(a,b)，(a,c)，(a,d)，(a,e)，(a,A)，(a,B)，(b,c)，(b,d)，(b,e)，(b,A)，(b,B)，(c,d)，(c,e)，(c,A)，(c,B)，(d,e)，(d,A)，(d,B)，(e,A)，(e,B)，(A,B) 共 21 种情况，其中有 1 名儿童的有 10 种情况，$\therefore P=\frac{10}{21}$. (3) 由题意得，$K^2=\frac{50\times(18\times 19-6\times 7)^2}{24\times 26\times 25\times 25}\approx 11.538>10.828$，故有 99.9% 的把握认为“病人治疗时间与产生流感并发症”有关系.

20. (1) 设椭圆方程为 $\frac{x^2}{a}+\frac{y^2}{b}=1$，过点 $(0,1)$，$\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，则 $\begin{cases}\frac{1}{b}=1,\\\frac{1}{2a}+\frac{3}{4b}=1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=2,\\b=1.\end{cases}$ $\therefore$ 椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$. (2) 直线 l 与圆 $x^2+y^2=1$ 相切，则原点 O 到 l 即直线 AB 的距离：$\frac{|m|}{\sqrt{k^2+1}}=1$，即 $m^2=k^2+1$，由 $\begin{cases}\frac{x^2}{2}+y^2=1,\\y=kx+m,\end{cases}$ 消去 y，得 $(1+2k^2)x^2+4kmx+2m^2-2=0$，$\because$ 直线 l 与椭圆交于两个不同点，$\therefore\Delta=16k^2m^2-8(1+2k^2)(m^2-1)=8k^2>0$，$k^2>0$，设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $x_1+x_2=-\frac{4km}{1+2k^2}$，$x_1x_2=\frac{2m^2-2}{1+2k^2}$，$y_1y_2=(kx_1+m)(kx_2+m)=k^2x_1x_2+km(x_1+x_2)+m^2=\frac{1-k^2}{1+2k^2}$. 又 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2=\frac{1+k^2}{1+2k^2}=\frac{2}{3}$，$\therefore k^2=1$，$m^2=k^2+1=2$. $S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\times|AB|\times 1=\frac{1}{2}\times\sqrt{1+k^2}\times\sqrt{\left(-\frac{4km}{1+2k^2}\right)^2-4\times\frac{2m^2-2}{1+2k^2}}=\frac{2}{3}$，$\therefore\triangle AOB$ 的面积为 $\frac{2}{3}$.

21. (1) 当 $m=0$ 时，$F(x)=\ln x-x^2+x$，$x\in(0,+\infty)$，$\therefore F'(x)=-\frac{(2x+1)(x-1)}{x}$，$x\in(0,+\infty)$，当 $0<x<1$ 时，$F'(x)>0$，当 $x>1$ 时，$F'(x)<0$，$\therefore F(x)$ 在 $(0,1)$ 递增，在 $(1,+\infty)$ 递减，$\therefore$ 当 $0<a\leqslant 1$ 时，$F(x)$ 的最大值为 $F(a)=\ln a-a^2+a$；当 $a>1$ 时，$F(x)$ 的最大值为 $F(1)=0$.
(2) $F(x)<2x-x^2-(x-2)\mathrm{e}^x$ 可化为 $m>(x-2)\mathrm{e}^x+\ln x-x$，设 $h(x)=(x-2)\mathrm{e}^x+\ln x-x$，$x\in\left[\frac{1}{2},1\right]$，要证 $m\geqslant -3$ 时 $m>h(x)$ 对任意 $x\in\left[\frac{1}{2},1\right]$ 均成立，只要证 $h(x)_{\max}<-3$，下证此结论成立. $\because h'(x)=(x-1)\left(\mathrm{e}^x-\frac{1}{x}\right)$，$\therefore$ 当 $\frac{1}{2}<x<1$ 时，$x-1<0$，设 $u(x)=\mathrm{e}^x-\frac{1}{x}$，则 $u'(x)=\mathrm{e}^x+\frac{1}{x^2}>0$，$\therefore u(x)$ 在 $\left(\frac{1}{2},1\right)$ 递增. 又 $\because u(x)$ 在区间 $\left[\frac{1}{2},1\right]$ 上的图像是一条不间断的曲线，且 $u\left(\frac{1}{2}\right)=\sqrt{\mathrm{e}}-2<0$，$u(1)=\mathrm{e}-1>0$，$\therefore\exists x_0\in\left(\frac{1}{2},1\right)$ 使得 $u(x_0)=0$，即 $\mathrm{e}^{x_0}=\frac{1}{x_0}$，$\ln x_0=-x_0$，当 $x\in\left(\frac{1}{2},x_0\right)$ 时，$u(x)<0$，$h'(x)>0$；$x\in(x_0,1)$ 时，$u(x)>0$，$h'(x)<0$，$\therefore$ 函数 $h(x)$ 在 $\left[\frac{1}{2},x_0\right]$ 递增，在 $[x_0,1]$ 递减，$\therefore h(x)_{\max}=h(x_0)=(x_0-2)\cdot\mathrm{e}^{x_0}+\ln x_0-x_0=(x_0-2)\cdot\frac{1}{x_0}-2x_0=1-\frac{2}{x_0}-2x_0$，$\because y=1-\frac{2}{x}-2x$ 在 $x\in\left(\frac{1}{2},1\right)$ 递增，$\therefore h(x_0)=1-\frac{2}{x_0}-2x_0<1-2-2=-3$，即 $h(x)_{\max}<-3$，$\therefore$ 当 $m\geqslant -3$ 时，不等式 $F(x)<2x-x^2-(x-2)\cdot\mathrm{e}^x$ 对任意 $x\in\left[\frac{1}{2},1\right]$ 均成立.

22. (1) $\because\begin{cases}x=\rho\cos\theta,\\y=\rho\sin\theta,\end{cases}$ $\therefore$ 直线 l：$x=2$ 的极坐标方程是 $\rho\cos\theta=2$. 由 $\begin{cases}x=\cos\alpha,\\y=1+\sin\alpha\end{cases}$ 消参数得 $x^2+(y-1)^2=1$，$\therefore$ 曲线 C 的极坐标方程是 $\rho=2\sin\theta$. (2) 将 $\theta=\beta$ 分别代入 $\rho=2\sin\theta$，$\rho\cos\theta=2$ 得 $|OP|=2\sin\beta$，$|OM|=\frac{2}{\cos\beta}$，$\therefore\frac{|OP|}{|OM|}=\frac{1}{2}\sin 2\beta$. $\because 0<\beta<\frac{\pi}{2}$，$\therefore 0<2\beta<\pi$，$\therefore 0<\frac{1}{2}\sin 2\beta\leqslant\frac{1}{2}$，$\therefore\frac{|OP|}{|OM|}$ 的取值范围是 $\left(0,\frac{1}{2}\right]$.

23. (1) 不等式可化为 $|x-2|+|2x-5|\geqslant 6$，即 ① $\begin{cases}x>\frac{5}{2},\\x-2+2x-5\geqslant 6\end{cases}$ 或 ② $\begin{cases}2\leqslant x\leqslant\frac{5}{2},\\x-2+5-2x\geqslant 6\end{cases}$ 或 ③ $\begin{cases}x<2,\\2-x+5-2x\geqslant 6.\end{cases}$ 由①，得 $x\geqslant\frac{13}{3}$；由②，得 $x\in\varnothing$；由③，得 $x\leqslant\frac{1}{3}$. 所以原不等式的解集为 $\left(-\infty,\frac{1}{3}\right]\cup\left[\frac{13}{3},+\infty\right)$.
(2) 不等式 $f(x)\leqslant 4$ 即 $-4\leqslant x-a\leqslant 4$，$\therefore a-4\leqslant x\leqslant a+4$，$\therefore a-4=-1$ 且 $a+4=7$，$\therefore a=3$. $\therefore\frac{1}{s}+\frac{8}{t}=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{s}+\frac{8}{t}\right)(2s+t)=\frac{1}{3}\left(10+\frac{t}{s}+\frac{16s}{t}\right)\geqslant\frac{1}{3}\left(10+2\sqrt{\frac{t}{s}\cdot\frac{16s}{t}}\right)=6.$