答案与解析

第18章 数据的收集与整理

18.1 统计的初步认识

拔高题训练 正文 P7

答案

1 D　2 C　3 ②①④⑤③　4 79

5 (1)调查的问题是:在数学、英语、语文和其他学科中,最喜欢学习哪个学科。
(2)调查的范围是:该校八年级的全体同学。
(3)最喜欢学数学的学生占学生总数的百分比为:$\frac{60}{200}\times100\%=30\%$。
(4)如下表所示:

最喜欢学习的学科	语文	英语	数学	其他
人数	40	80	60	20
占学生总数的百分比	20%	40%	30%	10%

6 设获得一等奖的人数有x人,则二等奖人数为$(x+5)$人,三等奖人数为$[40-x-(x+5)]$人。
根据题意得$4x+3(x+5)+2(35-2x)=100$,
解得$x=5$。
答:获得一等奖的有5人,二等奖的有10人,三等奖的有25人。

解析

1 调查对象的选取应具有代表性和全面性,故选D。

2 由题意知80~90分数段的人数为6人,所占百分比为$\frac{6}{40}\times100\%=15\%$,故选C。

4 由题意,得$\begin{cases}60+70\times5+80x+90y+100\times2=20a,\\x+y=12,\end{cases}$整理得$a=84.5-0.5x$,又$\because x<12$,且$x$为整数,
$\therefore$当$x=11$时,a值最小,为79。

18.2 抽样调查

变式题型

(1)小丽,因为她没有从全校八年级学生中随机进行抽查,不具有代表性;
(2)该校全体八年级学生中应适当减少上网时间的人数为:$400\times\frac{8}{40}=80$(名)。

拔高题训练 正文 P13

答案

1 D　2 C　3 80　4 36

5 (1)③　(2)4　10　(3)G　60

6 (1)青年人使用微信的人数为$180\times75\%=135$(人),其中青年人经常使用微信的人数为$120\times\frac{2}{3}=80$(人),则中年人中经常使用微信的人数为$120-80=40$(人),$\therefore$青年人中不经常使用微信的人数为$135-80=55$(人),$\because$经常使用微信的人数为$80+40=120$(人),$\therefore$不经常使用微信的人数为$180-120=60$(人),$\therefore$中年人中不经常使用微信的人数为$60-55=5$(人),补全表格如下:

类别	青年人	中年人	合计
经常使用微信	80	40	120
不经常使用微信	55	5	60
合计	135	45	180

(2)估计福建省经常使用微信的青年人数为$4\,000\times\frac{80}{200}=1\,600$(万人)。

解析

1 审核书稿中的错别字适合普查;对某校八(1)班同学的身高情况进行调查适合普查;对某校的卫生死角进行调查适合普查;对全县中学生目前的睡眠情况进行调查适合抽样调查,故选D。

2 C项中选取的样本既具有全面性,也具有随机性,故代表性较好,故选C。

4 $360\times\frac{3}{30}=36$(名),故该校七年级学生中期末考试数学成绩达108分以上的学生约有36名。

18.3 数据的整理与表示

变式题型

1 (1)$\because$月话费一共$48\div40\%=120$(元),

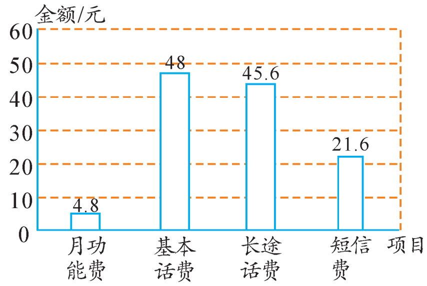
$\therefore$ 长途话费为 $120\times38\%=45.6$（元），

则短信费为 $120-(4.8+48+45.6)=21.6$（元），

补全表格如下：

项目	月功能费	基本话费	长途话费	短信费
金额/元	4.8	48	45.6	21.6

（2）补全条形图如下：



变式 1 题图

（3）扇形统计图中，表示短信费的扇形的圆心角是 $360°\times\dfrac{21.6}{120}=64.8°$。

2 （1）$360°\times(1-15\%-25\%-10\%-30\%)=360°\times20\%=72°$；

（2）$(600+550)\times(10\%+30\%)=460$（人）。

答：该市 2017 年抽取的学生中参加体育类与理财类社团的学生共有 460 人；

（3）$50\ 000\times\dfrac{550+600}{2\ 000}=28\ 750$（人）。

答：估计该市 2017 年参加社团的学生有 28 750 人。

拔高题训练 正文 P23

答案

1 C　**2** C　**3** 甲　**4** 60

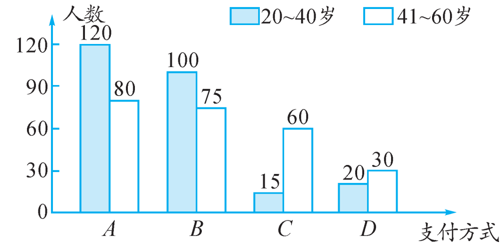
5 （1）参与调查的学生总人数为 $80\div40\%=200$（人），故 $n=200$；

（2）喜欢 C 种运动项目的学生的人数为 $200-80-30-50=40$（人）；

（3）$1\ 800\times\left(\dfrac{40}{200}-\dfrac{30}{200}\right)=90$（名），故估计该校 1 800名学生中喜欢 C 种运动项目的学生比喜欢 B 种运动项目的学生多 90 人。

6 （1）$(120+80)\div40\%=500$（人），故参与问卷调查的总人数为 500 人；

（2）喜欢现金支付的人数为 $500\times15\%=75$（人），故其中 41～60 岁的人数为 $75-15=60$（人），补全条形统计图如图所示：



第 6 题图

（3）$8\ 000\times\dfrac{100+75}{500}=2\ 800$（人），故这些人中最喜欢微信支付方式的人数约为 2 800 人。

解析

1 A. 前年①的收入为 $60\ 000\times\dfrac{117}{360}=19\ 500$（元），去年①的收入为 $80\ 000\times\dfrac{117}{360}=26\ 000$（元），此选项错误；B. 前年③的收入所占比例为 $\dfrac{360-135-117}{360}\times100\%=30\%$，去年③的收入所占比例为 $\dfrac{360-117-126}{360}\times100\%=32.5\%$，此选项错误；C. 去年②的收入为 $80\ 000\times\dfrac{126}{360}=28\ 000$（元），此选项正确；D. 前年年收入即为①②③三种农作物的收入，此选项错误；故选 C。

2 A. 由条形图知 2013 年至 2017 年北京市国民生产总值逐年增加，此选项正确；B. 2017 年第二产业生产总值为 $28\ 000\times19\%=5\ 320$（亿元），此选项正确；C. 2017 年比 2016 年的国民生产总值增加了 $\dfrac{28\ 000-25\ 669}{25\ 669}\times100\%=9.08\%$，此选项错误；D. 若从 2018 年开始，每一年的国民生产总值比前一年均增长 10%，到 2019 年的国民生产总值将达到 $28\ 000\times(1+10\%)^2=33\ 880$（亿元），此选项正确；故选 C。

3 从 2014～2018 年，甲公司销售量增长了约 500 辆，乙公司销售量增长了约 300 辆，故甲公司销售量增长较快。

4 甲地区所在扇形的圆心角度数为 $360°\times\dfrac{2}{12}=60°$。

18.4 频数分布表与直方图

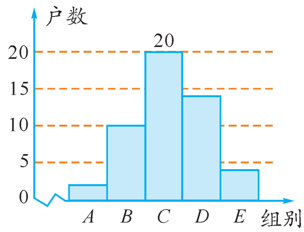
拔高题训练 正文 P30

答案

1 B　**2** B　**3** 0.9　**4** 45

5 (1)2　50

(2)C 组的户数为 $50\times40\%=20$(户),D 组的户数为$50\times28\%=14$(户),E 组的户数为 $50\times8\%=4$(户),补全统计图 1 如下图所示。



第 5 题图

(3)360

6 (1)200

(2)62　0.06　38

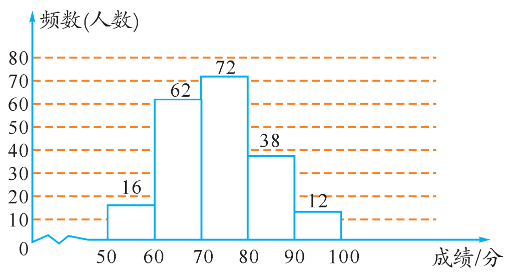
(3)由(2)知 $a=62,c=38$,

补全的条形统计图如图所示。

(4)$d=38\div200=0.19$,

$\because b=0.06,0.06+0.19=0.25=25\%$,

$\therefore$ 一等奖的分数线是 80。



第 6 题图

解析

1 九(3)班人数为 $20\div0.4=50$(人),故步行的人数为$50-20-12=18$(人),即频率为$\frac{18}{50}=0.36$。

2 $3+10+15+22+30+25+20=125$(人),故①错误;每周使用手机支付次数为 28～35 的人数最多,故②正确;$\frac{25}{125}=\frac{1}{5}$,故③正确;$3+10+15=28$(人),故④错误,正确的是②③,故选 B。

3 $\frac{20+16+9}{20+16+9+5}=\frac{45}{50}=0.9$。

4 $100\times\frac{6+3}{1+3+7+6+3}=45$(篇)。

第19章 平面直角坐标系

19.1 确定平面上物体的位置

变式题型

(2,1)　(2,2)　(2,3)

拔高题训练 正文 P42

答案

1 C　**2** C　**3** (2,0)或(7,−5)

4 48

5 答案不唯一。如:(3,1)→(3,2)→(6,2)→(6,5)→(8,5)或(3,1)→(8,1)→(8,5)。

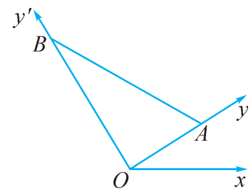
6 (1)6　30°

(2)如图所示:

$\because A(5,30°),B(12,120°)$,

$\therefore \angle BOx=120°,\angle AOx=30°,OA=5,OB=12$,

$\therefore \angle AOB=90°$,



第 6 题图

$\therefore$ 在 Rt△AOB 中,$AB=\sqrt{12^2+5^2}=13$。

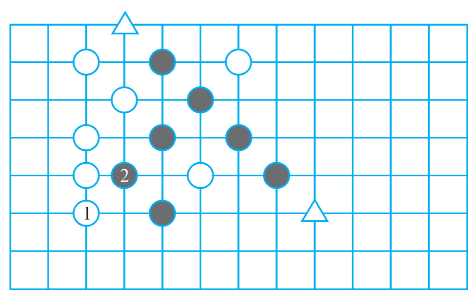
解析

1 ①③中的两个数对均不同,表示不同的点,②中当 $a=b$ 时两个数对相同,表示同一个点,④中两个数对相同,表示同一个点。

2 因为点 A 在第 3 列第 2 行表示为(3,2),所以点 B 在第 6 列第 5 行表示为(6,5)。

3 与(1,−5)在一条水平线上点的位置为(7,−5),另一点的位置为(2,0)。

如图黑棋放在两三角形所在位置,就获得胜利了。



第 3 题图

4 因为(n,m)表示第 n 排从左到右第 m 个数,所以(10,3)表示第 10 排从左到右第 3 个数。由题中正整数的排列规律可推算出第 9 排最后一个数为 45,所以第 10 排从左到右第 3 个数为 48。

19.2 平面直角坐标系

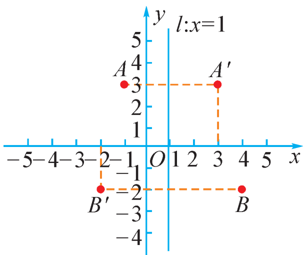
拔高题训练 正文 P50

答案

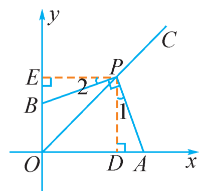
1 C　**2** D　**3** 12　**4** 15

5 (1)如图。$A'(3,3)$，$B'(-2,-2)$。

(2)$Q(-a+2,b)$。



第 5 题图



第 6 题图

6 (1)由题意，得 $2m-1=6m-5$，解得 $m=1$。

$\therefore P(1,1)$。

(2)不变。理由如下：作 $PD\perp x$ 轴，垂足为点 D，$PE\perp y$ 轴，垂足为点 E，

则 $PD=PE=OD=OE=1$，且 $\angle DPE=90°$。

$\because PA\perp PB$，$\therefore \angle APB=90°$，$\therefore \angle 1+\angle BPD=90°$。

又 $\because \angle 2+\angle BPD=90°$，$\therefore \angle 1=\angle 2$。

又 $\because \angle PDA=\angle PEB=90°$，

$\therefore \triangle PAD\cong\triangle PBE$。$\therefore AD=BE$。

$\therefore OA+OB=(OD+AD)+(OE-BE)=2$。

解析

1 设点 (a,b) 的关联点为 $(-b,-a)$，若点 (a,b) 与点 $(-b,-a)$ 在同一象限，则 a 与 $-b$ 的符号相同，所以 a 与 b 符号相反，故该点在第二、四象限，故选 C。

2 因为点 $A(1,1)$，$B(-1,1)$，$C(-1,-2)$，$D(1,-2)$，

所以 $AB=1-(-1)=2$，$BC=1-(-2)=3$，$CD=1-(-1)=2$，$DA=1-(-2)=3$，

所以绕四边形 $ABCD$ 一周的细线的长度为 $2+3+2+3=10$。

因为 $2\ 018\div 10=201\cdots\cdots 8$，

所以细线绕四边形 $ABCD$ 201 圈后还剩 8 个单位长度。

因为细线一端固定在 A 处，且 $10-8=2$，

所以绕 201 圈后，细线另一端离点 A 还有 2 个单位长度。

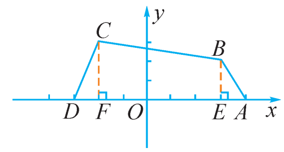
又 $DA=3$，所以细线另一端在线段 AD 上，

所以所求点的坐标为 $(1,-1)$。

3 $\because$ 点 A 的坐标为 $(a,3)$，点 B 的坐标是 $(4,b)$，点 A 与点 B 关于原点 O 对称，$\therefore a=-4$，$b=-3$，则 $ab=12$。

4 过点 B，C 分别作 x 轴的垂线，垂足分别为点 E，F，

则 $S_{四边形ABCD}=S_{\triangle ABE}+S_{梯形BCFE}+S_{\triangle CDF}=\frac{1}{2}\times 1\times 2+\frac{1}{2}\times(3+2)\times 5+\frac{1}{2}\times 1\times 3=15$。

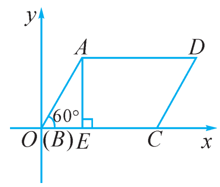


第 4 题图

19.3 坐标与图形的位置

变式题型

如图，以点 B 为坐标原点建立直角坐标系，$A(2,2\sqrt{3})$，$B(0,0)$，$C(6,0)$，$D(8,2\sqrt{3})$。



变式题图

【解析】$\because \angle ABC=60°$，$AE\perp BC$，

$\therefore \angle BAE=90°-\angle ABC=30°$。

$\therefore BE=\frac{1}{2}AB$。

设 $BE=x$，则 $AB=2x$。由勾股定理，得 $BE^2+AE^2=AB^2$，即 $x^2+(2\sqrt{3})^2=(2x)^2$，解得 $x=2$，$\therefore BE=2$。

$\therefore A(2,2\sqrt{3})$，$C(6,0)$，$\therefore D(8,2\sqrt{3})$。

拔高题训练 正文 P55

答案

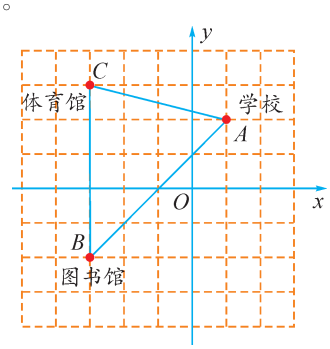
1 C　**2** D　**3** $(0,3)$

4 (1)$(0,3)$　$(2,-3)$　(2)$(-4,3)$

5 (1)建立直角坐标系如图所示：

图书馆所在位置点 B 的坐标为 $(-3,-2)$。

(2)标出体育馆所在位置点 C，并顺次连接点 A，B，C，如图所示，观察可得，在 $\triangle ABC$ 中，BC 的边长为 5，BC 边上的高为 4，所以 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2}\times 5\times 4=10$。



第 5 题图

6 (1)B

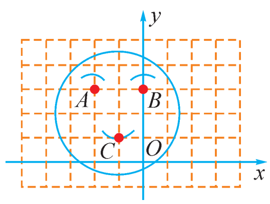
(2)$(-2,0)$ 或 $(0,0)$ 或 $(0,-2)$

解析

1 ∵ 点 A 的坐标为 $(0,a)$，∴ 点 A 在该平面直角坐标系的 y 轴上，∵ 点 C,D 的坐标分别为 (b,m)，(c,m)，∴ 点 C,D 关于 y 轴对称。∵ 正五边形 $ABCDE$ 是轴对称图形，∴ 该平面直角坐标系中，经过点 A 的 y 轴是正五边形 $ABCDE$ 的一条对称轴。∴ 点 B,E 也关于 y 轴对称，∴ 点 E 的坐标为 $(3,2)$。故选 C。

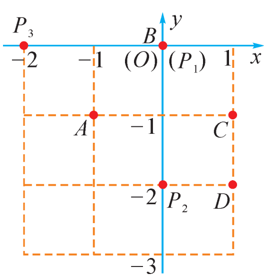
2 当 $PA=PO$ 时，则点 P 在 OA 的垂直平分线上，坐标为 $(2,0)$；当 $AP=AO$ 时，则点 P 为以 A 为圆心，$OA=2\sqrt{2}$ 为半径的圆与 x 轴的交点中不是原点 O 的点，坐标为 $(4,0)$；当 $OP=OA$ 时，则点 P 为以 O 为圆心，$OA=2\sqrt{2}$ 为半径的圆与 x 轴的交点，原点左右各一个点，分别为 $(-2\sqrt{2},0)$，$(2\sqrt{2},0)$。由此可判断点 P 的坐标不可能是选项 D。

3 画出直角坐标系如图所示，则“QQ 笑脸”的右眼 B 的坐标为 $(0,3)$。



第 3 题图

6 (1) 如图所示，当以点 B 为原点时，点 A,C 的坐标分别为 $(-1,-1)$，$(1,-1)$，则点 A 和点 C 关于 y 轴对称。(2) 符合题意的点 P 的位置如图中 P_1，P_2，P_3 所示，则点 P 的坐标为 $(-2,0)$ 或 $(0,0)$ 或 $(0,-2)$。



第 6 题图

19.4 坐标与图形的变化

变式题型

1 (1,1) 【解析】∵ 将点 $A(-2,3)$ 向右平移 3 个单位长度，得到点 $(1,3)$，再向下平移 2 个单位长度，得到点 $(1,1)$，∴ 平移后对应的点 A' 的坐标是 $(1,1)$。

2 A 【解析】由题意可得对应点的横坐标相同，纵坐标互为相反数，∴ 对应点关于 x 轴对称，∴ 所得图形与原图形关于 x 轴对称。

拔高题训练 正文 P62

答案

1 C　**2** A　**3** C　**4** $(-a,-b)$

5 (1) ∵ $OC\parallel AB$，∴ 将 AB 平移可以得到 OC。

∵ 将 $A(1,4)$ 平移到 $O(0,0)$，点 A 的横坐标减少 1，纵坐标减少 4，

∴ 将 $B(3,2)$ 的横坐标减少 1，纵坐标减少 4，即可得到点 C 的坐标，∴ 点 C 的坐标为 $(2,-2)$。

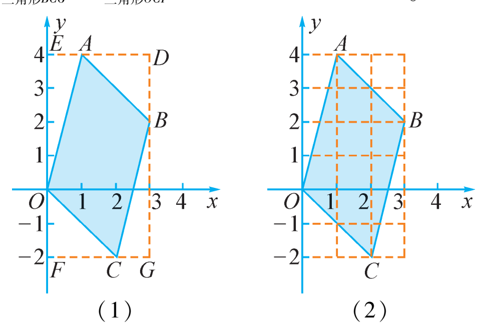
(2) 方法一　过点 A 作 $AE\perp y$ 轴，垂足为点 E，过点 C 作 $CF\perp y$ 轴，垂足为点 F，过点 B 作 y 轴的平行线，交 EA 的延长线于点 D，交 FC 的延长线于点 G，如图(1)所示。

则 $S_{长方形DEFG}=3\times6=18$，$S_{三角形AOE}=\frac{1}{2}\times4\times1=2$，

$S_{三角形ABD}=\frac{1}{2}\times2\times2=2$，$S_{三角形BCG}=\frac{1}{2}\times4\times1=2$，

$S_{三角形OCF}=\frac{1}{2}\times2\times2=2$，

∴ $S_{四边形ABCO}=S_{长方形DEFG}-S_{三角形AOE}-S_{三角形ABD}-S_{三角形BCG}-S_{三角形OCF}=18-2-2-2-2=10$。



第 5 题图

方法二　如图(2)，利用网格将四边形 $ABCO$ 分割，观察并计算可知四边形 $ABCO$ 的面积为 10。

6 (1) 0　3　$\frac{3}{2}$

(2) 观察题图，结合题意得 $\begin{cases}-3a+m=-1,\\3a+m=2,\\0\cdot a+n=2,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}a=\frac{1}{2},\\m=\frac{1}{2},\\n=2。\end{cases}$

设点 F 的坐标为 (x,y)，由对应点 F' 与点 F 重合，

可以得到方程组$\begin{cases}\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}=x,\\ \frac{1}{2}y+2=y,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}x=1,\\ y=4。\end{cases}$

所以点 F 的坐标为$(1,4)$。

解析

1 因为三角板平移后点 A 与点 O 重合,且 $A(-1,0)$,$O(0,0)$,所以三角板向右平移 1 个单位长度,故点 B 的对应点 B' 的坐标为$(0+1,\sqrt{3})$,即$B'(1,\sqrt{3})$。

2 ∵ $\triangle ABC$ 关于直线 m 对称,∴ C,B 关于直线 $x=1$ 对称,∵ 点 C 的坐标为$(4,1)$,∴ $\frac{4+x}{2}=1$,解得 $x=-2$,∴ 点 B 的坐标为$(-2,1)$。

3 观察题图可知,$\triangle ABC$ 先向右平移 3 个单位长度,再向上平移 2 个单位长度得到$\triangle A'B'C'$,所以点 P' 的坐标为$(a+3,b+2)$。

4 由题图可知,4 次变换为 1 个循环组,因为 $2\,018\div4=504\cdots\cdots2$,所以第 2 018 次变换为第 505 个循环组的第 2 次变换,变换后点 A 在第三象限。因为原来点 A 的坐标是(a,b),所以经过第 2 018 次变换后所得的点 A 的坐标是$(-a,-b)$。

6 (1) $-3\times\frac{1}{3}+1=-1+1=0$,所以点 A' 表示的数是 0;设点 B 表示的数为 a,则$\frac{1}{3}a+1=2$,解得 $a=3$,所以点 B 表示的数为 3;设点 E 表示的数为 b,则$\frac{1}{3}b+1=b$,解得 $b=\frac{3}{2}$,所以点 E 表示的数为$\frac{3}{2}$。

第20章 函数

20.1 常量和变量

变式题型

(1)S,a,h 都是常量。(2)h 是常量,S,a 是变量。

拔高题训练 正文 P72

答案

1 D　2 D　3 x,y　4 ①③④

5 500 m、乌龟的速度 10 m/min 钟在整个变化过程中是常量,兔子的速度是变量。

6 (1)表示了排数和座位数之间的关系,它们都是变量。

(2)第 5 排有 62 个座位,第 6 排有 65 个座位。

(3)$m=3n+47$(n 为正整数)。

(4)将 $m=201$ 代入 $m=3n+47$,得 $201=3n+47$。

解得 $n=51\frac{1}{3}$。

因为 n 为正整数,而 $51\frac{1}{3}$不是正整数,

所以不存在座位数为 201 的情况。

解析

1 常量是固定不变的量,变量是变化的量,单价是不变的量,而金额是随着数量的变化而变化的量,故选 D。

2 由题意可知,①是正确的;温度随着高度的变化而变化,所以高度和温度是变量,②③是正确的;依据题意,找出等量关系,列出 y 与 x 的关系式为$y=10-4x$,④是正确的。故选 D。

3 由题意可知,x,y 是这个问题中的变量。

4 ①x 与 y 都是变量,正确;②弹簧不挂重物时的长度为 10 cm,错误;③物体的质量每增加 1 kg,弹簧的长度增加 0. 5 cm,正确;④所挂物体的质量为 7 kg 时,弹簧的长度为 13. 5 cm,正确。故答案为①③④。

20.2 函数

变式题型

1 ①②③

2 作 $AM\perp BC$,垂足为 M,则 $AM=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times4=2$。

又 $DE=2$,∴ $AM=DE$。

当$0\leqslant x\leqslant2$时,设 AC 交 DE 于点 P,则 $DP=DC=x$。

∵ $S_{重合}=S_{\triangle PCD}=\frac{1}{2}DC\cdot DP$,∴ $y=\frac{1}{2}x^2$;

当$2<x\leqslant4$时,设 AB 交 DE 于点 Q,则 $BD=DQ=4-x$。

∵ $S_{重合}=S_{\triangle ABC}-S_{\triangle QBD}$,

∴ $y=\frac{1}{2}\times4\times2-\frac{1}{2}\times(4-x)^2=-\frac{1}{2}(4-x)^2+4$。

综上所述,$y=\begin{cases}\frac{1}{2}x^2(0\leqslant x\leqslant2);\\ -\frac{1}{2}(4-x)^2+4(2<x\leqslant4)。\end{cases}$

拔高题训练 正文 P79

答案

1 D　2 B　3 $x\geqslant1$ 且 $x\neq2$　4 -40

5 (1) $S=1+2+3+\cdots+n$，即 $S=\frac{1}{2}n(n+1)$。

S 可以看成 n 的函数。

(2) 当 $n=15$ 时，$S=\frac{1}{2}\times15\times(15+1)=120$。

6 (1) ①路和②路这两条线路的长相等。

(2) 根据题意得 $p=7+1.8(s-3)=1.8s+1.6$ $(s>3)$。

(3) 当 $s=4.5$ 时，$p=1.8\times4.5+1.6=9.7$。

$\because 10>9.7$，$\therefore$ 小利身上的钱够付车费。

解析

1 根据函数的定义可知，对于自变量 x 的任何值，y 都有唯一的值与之对应，故 D 正确。

2 $\because 2<\frac{5}{2}<4$，$\therefore$ 把 $x=\frac{5}{2}$ 代入 $y=\frac{1}{x}$，得 $y=\frac{2}{5}$，故选 B。

3 由题意可得 $\begin{cases}x-1\geqslant0,\\x-2\neq0,\end{cases}$ 解得 $x\geqslant1$ 且 $x\neq2$。

4 根据题意，得 $\frac{9}{5}x+32=x$，解得 $x=-40$。

20.3 函数的表示

变式题型

1 C 【解析】借助物理中浮力的有关知识可知，物体在水中时弹簧秤读数 y 不变，在物体刚离开水面到未完全离开水面时 y 的读数会逐渐变大，当物体全部离开水面后，读数 y 又固定不变了。符合题意的图像为选项 C。

2 D 【解析】A 项小明吃早餐用时 $13-8=5$（分钟），此选项正确；B 项小华到学校的平均速度是 $1\,200\div(13-8)=240$（米/分），此选项正确；C 项小明跑步的平均速度是 $(1\,200-500)\div(20-13)=100$（米/分），此选项正确；D 项小华到学校的时间是 7:53，此选项错误。故选 D。

3 12 【解析】根据图像可知点 P 在 BC 上运动时，BP 不断增大，BP 的最大值为 5，即 $BC=5$，

由于 M 是曲线部分的最低点，此时 BP 最小，此时 $BP\perp AC$，$BP=4$，由勾股定理可知 $PC=3$，易知 $BA=BC$，$\therefore AC=6$，$\therefore \triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2}\times4\times6=12$。

拔高题训练 正文 P86

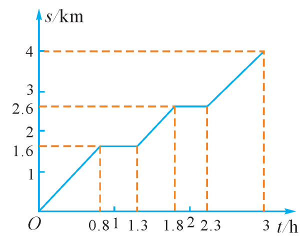
答案

1 D　2 D　3 D

4 (1) ③　①

(2) 题中图像②适合的情境：小芳离开家，走了一段路程后，中途停了一段时间，接着又返回家中。

5 (1) 由题图可知甲步行的速度为 $\frac{1.6}{0.8}=2$(km/h)，因此甲在每个景点逗留的时间为 $1.8-0.8-\frac{2.6-1.6}{2}=0.5$(h)。补全图像如下：



第 5 题图

(2) 甲步行的总时间为 $3-0.5\times2=2$(h)，$\therefore$ 甲步行的总路程为 $2\times2=4$(km)，$\therefore C,E$ 两点间的路程为 $4-1.6-1-0.8=0.6$(km)。

(3) 他们的约定能实现。

乙游览的最短线路为 $A\to D\to C\to E\to B\to E\to A$（或 $A\to E\to B\to E\to C\to D\to A$），总行程为 $1.6+1+0.6+0.4\times2+0.8=4.8$(km)，乙游完三个景点后回到 A 处的总时间为 $\frac{4.8}{3}+0.5\times3=3.1$(h)。

$\therefore$ 乙比甲晚 6 分钟回到 A 处，所以他们的约定能实现。

解析

1 根据题意，由函数的图像可知白昼时长低于 11 小时的节气有立春、立冬、冬至、大寒。

2 乌龟运动过程中，路程 s 随时间 t 的变化而不断增大，兔子运动过程中，路程 s 随时间 t 的变化先增大，然后不变，再增大，并且乌龟所用时间比兔子短，结合图像可知，选项 D 正确。

3 由图像可知，上学时上坡速度为 $\frac{400}{5}=80$(m/min)，下坡速度为 $\frac{1\,200-400}{9-5}=200$(m/min)，平路速度为 $\frac{2\,000-1\,200}{17-9}=100$(m/min)。故放学返回时在平路上用的时间为 $17-9=8$(min)，在上坡路上用时为 $\frac{1\,200-400}{80}=10$(min)，在下坡路上用的时间为 $\frac{400}{200}=2$(min)。所以总共需要 $8+10+2=20$(min)。

20.4 函数的初步应用

拔高题训练

正文 P92

答案

1 C　2 A　3 0.4

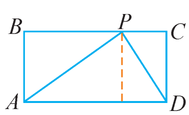
4 (1)由图像可知，对于每一个摆动时间 t，h 都有唯一确定的值与其对应，则变量 h 是关于 t 的函数。
(2)①由函数图像可知，当 $t=0.7$ s 时，$h=0.5$ m，它的实际意义是秋千摆动 0.7 s 时，秋千离地面的高度是 0.5 m。
②由图像可知，秋千摆动第一个来回需 2.8 s。

5 (1)由题意得 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=\frac{1}{2}\cdot x^2$，其中 $0\leqslant x\leqslant 12$。
(2)当 $x=4$ 时，$y=\frac{1}{2}\times 4^2=8$，
即当 $MA=4$ cm 时，重叠部分的面积是 8 cm²。
(3)当四边形 $BCMD$ 的面积与重叠部分的面积的比是 5∶4 时，直角三角形 ABC 与重叠部分的三角形的面积的比是 9∶4。
因为直角三角形 ABC 的面积是 $\frac{1}{2}\times 12\times 12=72(\text{cm}^2)$，
所以重叠部分的面积是 $\frac{4}{9}\times 72=32(\text{cm}^2)$。
由(1)知，y 与 x 之间的函数关系式是 $y=\frac{1}{2}x^2$，
则当 $y=32$ 时，$\frac{1}{2}x^2=32$，所以 $x^2=64$。
因为 $x\geqslant 0$，所以 $x=8$，
即当 MA 的长度是 8 cm 时，四边形 $BCMD$ 的面积与重叠部分的面积的比是 5∶4。

解析

1 小红妈妈每天的上下班的费用分别为 5 元，即每天 10 元，10 天共花费 100 元，第 21 次乘坐地铁时，价格给予 8 折优惠，此时花费 $5\times 0.8=4$(元)，故选 C。

2 如图所示，过点 P 作 AD 的垂线，垂线段的长度即△APD 中边 AD 上的高，设高为 h。当点 P 在 AB 上运动时，h 的值逐渐增加，点 P 运动到点 B 时 h 达到最大值，即 $h=1$ cm。此时△APD 的面积 $S=\frac{1}{2}AD\cdot h=\frac{1}{2}\times 2\times 1=1(\text{cm}^2)$；当点 P 在 BC 上运动时，h 的值恒为 1 cm，此时△APD 的面积 S 恒为 1 cm²；当点 P 在 CD 上运动时，h 的值逐渐减小，点 P 运动到点 D 时 h 达到最小值，即 $h=0$，此时△APD 的面积 S 为 0。故选 A。



第 2 题图

3 由题图知甲 4 小时走了 8 千米，
$\therefore v_甲=\frac{8}{4}=2$(千米/时)，
乙 5 小时走了 8 千米，$\therefore v_乙=\frac{8}{5}=1.6$(千米/时)。
$\therefore v_甲-v_乙=2-1.6=0.4$(千米/时)。
故甲的速度比乙快 0.4 千米/时。

第21章 一次函数

21.1 一次函数

拔高题训练

正文 P103

答案

1 A　2 B　3 $\frac{2}{3}$　$-\frac{1}{3}$　4 2

5 (1)设 $y+5=k(3x+4)$，把 $x=1$，$y=2$ 代入 $y+5=k(3x+4)$，解得 $k=1$。所以 y 与 x 之间的函数关系式为 $y+5=3x+4$，即 $y=3x-1$。
(2)当 $x=-1$ 时，$y=3\times(-1)-1=-4$。
(3)若 $0\leqslant y\leqslant 5$，则 $0\leqslant 3x-1\leqslant 5$，解得 $\frac{1}{3}\leqslant x\leqslant 2$。

6 (1)因为厂方计划由 20 名工人一天内加工完成，加工甲种配件的人数为 x，加工乙种配件的人数为 y，所以加工丙种配件的人数为 $20-x-y$，所以 $16x+12y+10(20-x-y)=240$，所以 $y=-3x+20$。
(2)设加工丙种配件的人数为 z。
当 $x=3$ 时，$y=-3\times 3+20=11$，$z=20-3-11=6$；
当 $x=4$ 时，$y=-3\times 4+20=8$，$z=20-4-8=8$；
当 $x=5$ 时，$y=-3\times 5+20=5$，$z=20-5-5=10$。
其他都不符合题意，所以加工配件的人数安排方案有三种，即
方案一：加工甲、乙、丙三种配件的人数分别为 3，11，6；
方案二：加工甲、乙、丙三种配件的人数分别为 4，8，8；
方案三：加工甲、乙、丙三种配件的人数分别为 5，5，10。
(3)方案一的利润为 $3\times 16\times 6+11\times 12\times 8+6\times 10\times 5=1\,644$(元)；

方案二的利润为 $4\times16\times6+8\times12\times8+8\times10\times5=1\ 552$(元);

方案三的利润为 $5\times16\times6+5\times12\times8+10\times10\times5=1\ 460$(元)。

因为 $1\ 644>1\ 552>1\ 460$,

所以应采用(2)中的方案一,最大利润为 1 644 元。

解析

1 根据正比例函数的定义判断即可。

2 由题意得 $y=100\times0.05x$,即 $y=5x$。故选 B。

3 根据题意可得 $2a+b=1$,$a+2b=0$,解得 $a=\frac{2}{3}$,$b=-\frac{1}{3}$。

4 结合"关联数"的定义,得函数 $y=(m-2)x^2+mx+1$ 是一次函数,所以 $m-2=0$,$m\neq0$,解得 $m=2$。

21.2 一次函数的图像和性质

拔高题训练 → 正文 P111

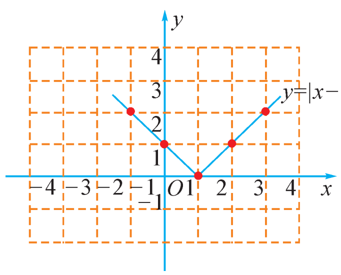
答案

1 C　2 A　3 >　4 $2^{1\ 008}$

5 (1)任意实数

(2)2

(3)如图所示。



第 5 题图

(4)由函数图像可知,函数的最小值为 0(答案不唯一)

6 (1)把点 $A(-6,0)$ 代入 $y=\frac{4}{3}x+m$,得 $\frac{4}{3}\times(-6)+m=0$,解得 $m=8$,∴ 点 B 的坐标为$(0,8)$。

(2)设点 C 坐标为$(0,b)$,∴ $BC=|8-b|$,

∵ $\triangle ABC$ 的面积为 12,

∴ $\frac{1}{2}\times6\times|8-b|=12$,∴ $b=4$ 或 12,

∴ 点 C 的坐标为$(0,12)$或$(0,4)$。

(3)点 P 的坐标为$(-16,0)$或$(4,0)$或$(6,0)$或$\left(\frac{7}{3},0\right)$。

解析

1 ∵ 一次函数 $y=kx+b$ 的图像过第一、二、四象限,∴ $k<0$,$b>0$。故选 C。

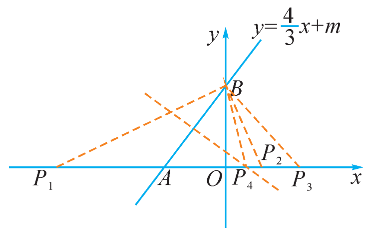
2 由函数图像,可得当 $x<1$ 时,y 随 x 的增大而增大,当 $1<x<2$ 时,y 随 x 的增大而减小,当 $x>2$ 时,y 随 x 的增大而增大,故选 A。

3 ∵ 一次函数 $y=-2x+1$ 中 $k=-2<0$,∴ y 随 x 的增大而减小,∴ 当 $x_1<x_2$ 时,$y_1>y_2$。

4 由题意可得,$A_1\left(1,-\frac{1}{2}\right)$,$A_2(1,1)$,$A_3(-2,1)$,$A_4(-2,-2)$,$A_5(4,-2)$,$A_6(4,4)$,……,

当 n 为偶数时,A_n 的横坐标为$(-2)^{\frac{n}{2}-1}$,则$(-2)^{\frac{1}{2}\times2\ 018-1}=2^{1\ 008}$。故点 $A_{2\ 018}$ 的横坐标为 $2^{1\ 008}$。

6 (3)如图所示。



第 6 题图

①当 $AB=AP$ 时,$AP=AB=\sqrt{6^2+8^2}=10$,

可得 $P_1(-16,0)$,$P_2(4,0)$。

②当 $AB=BP$ 时,$OA=OP$,可得 $P_3(6,0)$。

③当 $PA=PB$ 时,

线段 AB 的垂直平分线交 x 轴的正半轴于点 P_4,可得 $P_4\left(\frac{7}{3},0\right)$。

综上所述,满足条件的点 P 的坐标为$(-16,0)$或$(4,0)$或$(6,0)$或$\left(\frac{7}{3},0\right)$。

21.3 用待定系数法确定一次函数表达式

拔高题训练 → 正文 P118

答案

1 C　2 B　3 $y=x$ 或 $y=-x$

4 $y=\frac{5}{8}x$

5 (1)设 $y=kx+b(k\neq0)$,

由题意得$\begin{cases}3k+b=11,\\5k+b=15,\end{cases}$解得$\begin{cases}k=2,\\b=5,\end{cases}$

则函数关系式为 $y=2x+5$。

(2)把 $x=8$ 代入 $y=2x+5$,得 $y=21$,

即碗的高度是 21 cm。

6 (1)∵ 直线 $y=-x+3$ 过点 $A(5,m)$,∴ $-5+3=m$。解得 $m=-2$。∴ 点 A 的坐标为$(5,-2)$。由平移可得点 C 的坐标为$(3,2)$。设直线 CD 的解析式为 $y=kx+b(k\neq0)$,∵ 直线 CD 与直线 $y=2x$ 平行,∴ $k=2$。∵ 点 $C(3,2)$ 在直线 CD 上,∴ $2\times3+b=2$。解得 $b=-4$。∴ 直线 CD 的解析式为 $y=2x-4$。

(2)直线 CD 经过点 E,此时直线的解析式为 $y=2x-4$。令 $y=0$,得 $x=2$。∵ $y=-x+3$ 与 y 轴交于点 B,∴ $B(0,3)$。当直线 CD 平移到经过点 $B(0,3)$时,设解析式为$y=2x+b$,把$(0,3)$代入 $y=2x+b$,得 $b=3$。∴ 此时直线的解析式为 $y=2x+3$。令 $y=0$,得 $x=-\frac{3}{2}$。∴ 直线 CD 沿 EB 方向平移,平移到经过点 B 的位置时,直线 CD 在平移过程中与 x 轴交点的横坐标的取值范围为 $-\frac{3}{2}\leq x\leq2$。

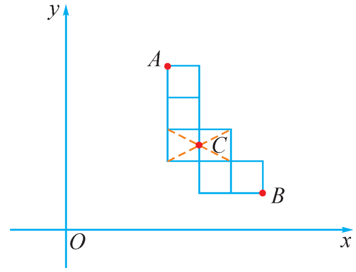
解析

1 ∵ 一次函数 $y=kx+b(k\neq0)$ 的图像过点$(0,2)$,∴ $b=2$,令 $y=0$,则 $x=-\frac{2}{k}$,∵ 函数图像与两坐标轴围成的三角形的面积为 2,∴ $\frac{1}{2}\times2\times\left|-\frac{2}{k}\right|=2$,即 $\left|\frac{2}{k}\right|=2$,解得 $k=\pm1$,则一次函数的解析式为 $y=x+2$ 或 $y=-x+2$。故选 C。

2 由题意 $x_i=-\frac{b}{a_i}$,$x_j=-\frac{b}{a_j}$,∴ 式子 $\frac{a_i-a_j}{x_i-x_j}=\frac{a_i\cdot a_j}{b}>0$。

3 ∵ 点 $A(m,n)$ 在直线 $y=kx(k\neq0)$ 上,当 $-1\leq m\leq1$ 时,$-1\leq n\leq1$,∴ 点$(-1,-1)$或$(-1,1)$在这条直线上,∴ $k=1$ 或 -1,∴ 这条直线的函数关系式为 $y=x$ 或 $y=-x$。

4 ∵ 点 A,B 的坐标分别为$(3,5)$,$(6,1)$,∴ C 的坐标为$(4,2.5)$,设直线 l 的函数解析式为 $y=kx$,依题意有 $2.5=4k$,解得 $k=\frac{5}{8}$。故直线 l 的函数解析式为 $y=\frac{5}{8}x$。



第 4 题图

21.4 一次函数的应用

变式题型

(1)20

(2)当 $1.5\leq x\leq2.5$ 时,设 $y=20x+b$,把$(1.5,10)$代入得到 $10=20\times1.5+b$,解得 $b=-20$,∴ $y=20x-20$,当 $x=2.5$ 时,解得 $y=30$,∴ 乙地离小红家 30 km。

拔高题训练 正文 P126

答案

1 C **2** A **3** 1.5 **4** ①②③④

5 (1)每分钟向储存罐内注入的水泥量为 $15\div3=5$(立方米);

(2)设 $y=kx+b(k\neq0)$,把$(3,15)(5.5,25)$代入

$\begin{cases}15=3k+b,\\25=5.5k+b,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=4,\\b=3。\end{cases}$

∴ 当 $3\leq x\leq5.5$ 时,y 与 x 之间的函数关系式为 $y=4x+3$;

(3)1 11

6 (1)根据题意得购进丙种图书$(20-x-y)$套,则有 $500x+400y+250(20-x-y)=7\ 700$,所以解析式为 $y=-\frac{5}{3}x+18$;

(2)根据题意得 $-\frac{5}{3}x+18\geq1$,解得 $x\leq10\frac{1}{5}$,

又∵ $x\geq1$,∴ $1\leq x\leq10\frac{1}{5}$,

因为 $x,y,(20-x-y)$为整数,∴ $x=3,6,9$,

即有三种购买方案:

①甲、乙、丙三种图书分别为 3 套,13 套,4 套;

②甲、乙、丙三种图书分别为 6 套,8 套,6 套;

③甲、乙、丙三种图书分别为 9 套,3 套,8 套;

(3)购买方案是:甲种图书 6 套,乙种图书 8 套,丙种图书 6 套,$a=10$。

解析

1 设指距 d 与身高 h 的函数关系式为 $d=kh+b(k\neq0)$。

由题意，得$\begin{cases}20=160k+b,\\21=169k+b,\end{cases}$解得$\begin{cases}k=\dfrac{1}{9},\\b=\dfrac{20}{9},\end{cases}$

$\therefore d=\frac{1}{9}h+\frac{20}{9}$。当 $h=226$ 时，$d=\frac{1}{9}\times226+\frac{20}{9}$，解得 $d\approx27.3$。故选 C。

2 由图像得出小明步行 720 m，需 9 min，∴ 小明的运动速度为：$720\div9=80$(m/min)，当第 15 min 时，小华运动 $15-9=6$(min)，运动距离为 $15\times80=1\ 200$(m)，∴ 小华的运动速度为：$1\ 200\div6=200$(m/min)，∴ $200\div80=2.5$，故②正确。当第 19 min 以后两人之间距离越来越近，说明小华已到达终点，则小华先到达青少年宫，故①正确。此时小华运动 $19-9=10$(min)，运动总距离为：$10\times200=2\ 000$(m)，∴ 小明运动时间为：$2\ 000\div80=25$(min)，故 a 的值为 25，故③错误。∵ 小明 19 min运动距离为：$19\times80=1\ 520$(m)，∴ $b=2\ 000-1\ 520=480$，故④正确。所以正确的有：①②④，故选 A。

3 由题图可知，甲走的是 Q 路线，乙走的是 N 路线，设 $s=kt+b$，①∵ Q 过 $(0,0)$，$(2,4)$ 点，∴ 代入①得：$k=2$，$b=0$，∴ $s_Q=2t$。∵ N 过 $(2,4)$，$(0,3)$ 点，代入①得：$k=\frac{1}{2}$，$b=3$，∴ $s_N=\frac{1}{2}t+3$，当 $t=3$ 时，$s_Q-s_N=6-\frac{9}{2}=\frac{3}{2}=1.5$(km)，故答案为 1.5。

4 设甲去时的速度为 x km/h，根据题意得 $2(x-60)=185$，解得 $x=152.5$，由于 $152.5\times2=305$，故 A，B 两地相距 305 km，故①③正确。∵ 甲先到达 B 地，停留半小时后按原路以另一速度匀速返回，∴ D 的横轴应为 2.5，∵ 乙的速度为每小时 60 km，∴ 半小时后行驶距离为 30 km，故纵轴应为 $185-30=155$，∴ 点 D 的坐标为 $(2.5,155)$，故②正确。∵ 甲去时的速度为 152.5 km/h，设甲返回时行驶速度 v km/h，∴ $(v+60)\times1=155$，解得 $v=95$。故甲返回的速度是 95 km/h，故④正确，故答案为①②③④。

5 (3) 方法一：由(2)可知，输入输出同时打开时，水泥储存罐的水泥增加速度为 4 立方米/分，则每分钟输出量为 $5-4=1$(立方米)；
只打开输出口前，水泥输出量为 $5.5-3=2.5$(立方米)，之后达到总量 8 立方米需要输出 $8-2.5=5.5$(立方米)，用时 5.5 分钟，∴ 从打开输入口到关闭输出口共用的时间为：$5.5+5.5=11$(分钟)。
方法二：要求水泥输出总量达到 8 立方米时关闭输出口，由于输出速度为每分钟 1 立方米，所以达到要求要 8 分钟。∴ 从打开输入口到关闭输出口共用的时间为：$3+8=11$(分钟)。

6 (3) 若按方案一：则有 $13a-4a=20$，解得 $a=\frac{20}{9}$(不是正整数，不符合题意)；
若按方案二：则有 $8a-6a=20$，解得 $a=10$(符合题意)；
若按方案三：则有 $3a-8a=20$，解得 $a=-4$(不是正整数，不符合题意)。

21.5 一次函数与二元一次方程的关系

变式题型

$x>1$ 【解析】当 $x>1$ 时，函数 $y=-x+a$ 的图像都在 $y=bx-4$ 的图像下方，所以不等式 $-x+a<bx-4$ 的解集为 $x>1$。

拔高题训练 正文 P134

答案

1 B　**2** B　**3** 3.6　**4** 0 或 1

5 (1) 在。理由如下：
把 $x=m+1$ 代入 $y=x-2$，得 $y=m-1$，故点 P 在一次函数 $y=x-2$ 的图像上。
(2) 把 $x=0$ 代入 $y=-\frac{1}{2}x+3$，得 $y=3$，故点 B 的坐标是 $(0,3)$；把 $y=0$ 代入 $y=-\frac{1}{2}x+3$，得 $x=6$，故点 A 的坐标是 $(6,0)$。解方程组 $\begin{cases}y=x-2,\\y=-\frac{1}{2}x+3,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=\frac{10}{3},\\y=\frac{4}{3}。\end{cases}$ 因为点 P 在 $\triangle AOB$ 的内部且一次函数 $y=x-2$ 的图像与 x 轴的交点坐标为 $(2,0)$，所以 $\begin{cases}2<m+1<\frac{10}{3},\\0<m-1<\frac{4}{3},\end{cases}$ 解得 $1<m<\frac{7}{3}$。

6 (1) $s=\begin{cases}30t(0\leqslant t\leqslant5),\\150(5<t\leqslant8),\\-30t+390(8<t\leqslant13)。\end{cases}$
(2) 设渔政船离港口的距离 s 与渔船离开港口的时间 t 之间的函数关系式为 $s=kt+b(k\neq0)$，
因为该一次函数的图像过点 $(8,0)$，$\left(\frac{34}{3},150\right)$，

所以$\begin{cases}8k+b=0,\\ \frac{34}{3}k+b=150,\end{cases}$解得$\begin{cases}k=45,\\ b=-360,\end{cases}$

所以 $s=45t-360$。

联立，得$\begin{cases}s=45t-360,\\ s=-30t+390,\end{cases}$解得$\begin{cases}t=10,\\ s=90。\end{cases}$

所以相遇时，两船与黄岩岛的距离为 $150-90=60$（海里）。

（3）$s_{渔}=-30t+390$，$s_{渔政}=45t-360$，

分两种情况：

①在渔船与渔政船相遇之前：$s_{渔}-s_{渔政}=30$，即 $(-30t+390)-(45t-360)=30$，解得 $t=9.6$；

②在渔船与渔政船相遇之后：$s_{渔政}-s_{渔}=30$，即 $(45t-360)-(-30t+390)=30$，解得 $t=10.4$。

所以渔船从港口出发 9.6 h 或 10.4 h 与渔政船相距 30 海里。

解析

1 把$\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}m\right)$代入 $y_1=kx+1$，可得$\frac{1}{2}m=\frac{1}{2}k+1$，解得 $k=m-2$，$\therefore y_1=(m-2)x+1$，令 $y_3=mx-2$，则当 $y_3<y_1$ 时，$mx-2<(m-2)x+1$，解得 $x<\frac{3}{2}$；当 $kx+1<mx$ 时，$(m-2)x+1<mx$，解得 $x>\frac{1}{2}$，$\therefore$ 不等式组 $mx-2<kx+1<mx$ 的解集为$\frac{1}{2}<x<\frac{3}{2}$。

2 可求得 $A(-2,0)$，$B(0,1)$，则 $OA=2$。又 $S_{\triangle ABD}=4$，则 $BD=4$，故 $OD=3$。将 $D(0,-3)$ 代入 CD 的关系式中，求得 $b=-3$，再解方程组求得点 P 的坐标为 $(8,5)$。

3 由题意，甲速度为 6 km/h。当甲开始运动时相距 36 km，两小时后，乙开始运动，经过 2.5 小时两人相遇。

设乙的速度为 x km/h，$2.5\times(6+x)=36-12$，

解得 $x=3.6$。

4 $\because$ 一次函数 $y=(m+1)x+3m-3$ 的图像不经过第二象限，$\therefore\begin{cases}m+1>0,\\ 3m-3\leqslant 0,\end{cases}$解得 $-1<m\leqslant 1$。又 m 为整数，$\therefore m$ 的值为 0 或 1。

$\because$ 方程组$\begin{cases}2x-y=-m,\\ x-y=2\end{cases}$的解为$\begin{cases}x=-m-2,\\ y=-m-4,\end{cases}$且 m 恰好使得关于 x，y 的二元一次方程组$\begin{cases}2x-y=-m,\\ x-y=2\end{cases}$有整数解，

$\therefore$ 代入验证可知，$m=0$ 或 1 都符合题意，

$\therefore m$ 的值为 0 或 1。

第22章 四边形

22.1 平行四边形的性质

拔高题训练 正文 P147

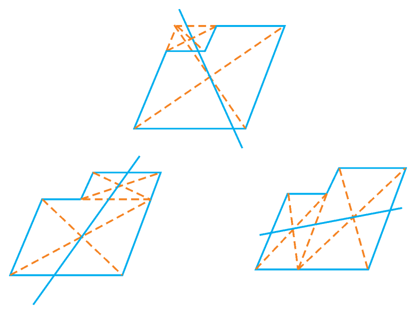
答案

1 B **2** A **3** $4\sqrt{13}$ **4** 6

5 （1）$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$\therefore AO=CO$，$AD/\!/BC$，$\therefore\angle FAO=\angle ECO$，在 $\triangle AOF$ 和 $\triangle COE$ 中，$\begin{cases}\angle FAO=\angle ECO,\\ AO=CO,\\ \angle AOF=\angle COE,\end{cases}$ $\therefore\triangle AOF\cong\triangle COE$（ASA），

$\therefore OF=OE$。

（2）三种分割方案如图。



第 5 题图

6 （1）$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD/\!/BC$，$AD=BC$，$\therefore\angle ADB=\angle CBD$，

$\because AP/\!/CQ$，$\therefore\angle APQ=\angle CQB$，

$\therefore\triangle ADP\cong\triangle CBQ$（AAS），

$\therefore DP=BQ$，$\because AD=BD$，$AD=BC$，

$\therefore BD=BC$，$\because BD=BP+DP$，$\therefore BC=BP+BQ$。

（2）题图 22－1－18（2）中 $BQ-BP=BC$，

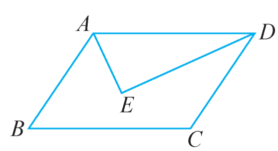
题图 22－1－18（3）中 $BP-BQ=BC$。

（3）4 或 2

解析

1 如图，$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB/\!/CD$，$\therefore\angle BAD+\angle ADC=180°$，



第 1 题图

$\because\angle EAD=\frac{1}{2}\angle BAD$，$\angle ADE=\frac{1}{2}\angle ADC$，

$\therefore\angle EAD+\angle ADE=\frac{1}{2}(\angle BAD+\angle ADC)=90°$，

$\therefore\angle E=90°$，$\therefore\triangle AED$ 是直角三角形。

2 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$\therefore AB=DC$，

$\because \triangle CDM$ 的面积 $S=\frac{1}{2}DC\cdot h$（h 为 DC 边上的高），$\triangle AMD$ 的面积 $S_1=\frac{1}{2}MA\cdot h_1$（$h_1$ 为 MA 边上的高），$\triangle BMC$ 的面积 $S_2=\frac{1}{2}BM\cdot h_2$（$h_2$ 为 BM 边上的高），$h=h_1=h_2$，

$\therefore S_1+S_2=\frac{1}{2}MA\cdot h_1+\frac{1}{2}BM\cdot h_2=\frac{1}{2}(MA+BM)\cdot h=\frac{1}{2}AB\cdot h=\frac{1}{2}DC\cdot h=S$，故选 A。

3 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore BC=AD=6, OB=OD, OA=OC$，

$\because AC\perp BC$，$\therefore AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=8$，

$\therefore OC=4$，$\therefore OB=\sqrt{OC^2+BC^2}=2\sqrt{13}$，

$\therefore BD=2OB=4\sqrt{13}$。

4 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$\therefore AB=CD$。

$\because BD=CD$，$\therefore BD=AB$。

$\because AM\perp BD, DN\perp AB$，$\therefore \angle AMB=\angle DNB=90°$。

又 $\angle ABM=\angle DBN$，$\therefore \triangle ABM\cong\triangle DBN$（AAS），

$\therefore AM=DN=3\sqrt{2}$。

又 $\angle ABD=\angle MAP+\angle PAB$，$\angle ABD=\angle P+\angle PAB$，

$\therefore \angle P=\angle MAP$，$\therefore \triangle APM$ 是等腰直角三角形，

$\therefore AP=\sqrt{2}AM=6$。

6 （2）题图 22－1－18（2）中 $BQ-BP=BC$，理由如下：

$\because AP/\!/CQ$，$\therefore \angle APB=\angle CQD$，

$\because AB/\!/CD$，$\therefore \angle ABD=\angle CDB$，$\therefore \angle ABP=\angle CDQ$，

又 $\because AB=CD$，$\therefore \triangle ABP\cong\triangle CDQ$（AAS），

$\therefore BP=DQ$，$\therefore BC=AD=BD=BQ-DQ=BQ-BP$。

题图 22－1－18（3）中 $BP-BQ=BC$，理由如下：

同理 $\triangle ADP\cong\triangle CBQ$（AAS），$\therefore PD=BQ$，

$\therefore BC=AD=BD=BP-PD=BP-BQ$。

（3）题图 22－1－18（1），$BC=BP+BQ=DQ+PD=1+3=4$。

题图 22－1－18（2），$BC=BQ-BP=PD-DQ=3-1=2$。

$\therefore BC=4$ 或 2。

22.2 平行四边形的判定

拔高题训练 → 正文 P155

答案

1 B　**2** D　**3** $\frac{3}{4}$ s 或 $\frac{3}{2}$ s　**4** 12

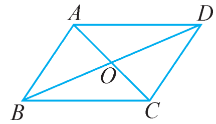
5 （1）①④为论断时，$\because AD/\!/BC$，$\therefore \angle DAC=\angle BCA$，

又 $\because \angle AOD=\angle COB, OA=OC$，

$\therefore \triangle AOD\cong\triangle COB$（ASA）。

$\therefore AD=BC$。

又 $AD/\!/BC$，$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形。



第 5 题图

（2）②④为论断时，此时一组对边平行，另一组对边相等，可以构成等腰梯形。

6 （1）如图①，延长 AD 到 A'，使 $A'D=AD$，连接 $A'C$，延长 EF 交 $A'C$ 于点 F'。

$\because$ 在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，且 $AD\perp BC$，$\therefore AD$ 平分 BC，且 AD 平分 $\angle BAC$，即 $BD=CD$，$\angle BAD=\angle CAD$。

$\because AD=A'D, AD\perp CD$，$\therefore CD$ 是 AA' 的中垂线。

$\therefore CA=CA'$。$\therefore \angle CA'A=\angle CAD=\angle BAD$。

$\therefore BE/\!/A'C$，即 $AE/\!/A'F'$。

又 $\because AD\perp BC, PE\perp BC$，$\therefore PE/\!/AD$，即 $AA'/\!/EF'$。

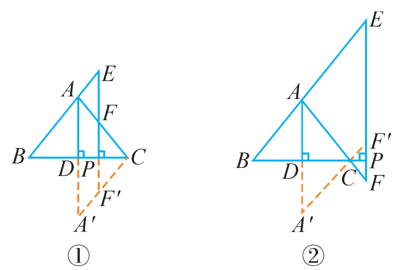
$\therefore$ 四边形 $AA'F'E$ 是平行四边形。$\therefore AA'=EF'$。

又 CD 垂直平分 AA'，$\therefore \angle FCP=\angle F'CP$。

又 $PE\perp BC$，即 $\angle CPF=\angle CPF'=90°$，$CP=CP$，

$\therefore \triangle CFP\cong\triangle CF'P$（ASA）。$\therefore PF=PF'$。

$\therefore 2AD=AA'=EF'=PE+PF'=PE+PF$。



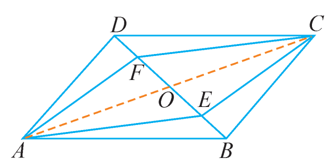
第 6 题图

（2）AD, PE, PF 满足关系式：$2AD=PE-PF$。

如图②，延长 AD 到点 A'，使 $A'D=AD$，连接 $A'C$ 并延长，交 EF 于点 F'，则由（1）知，$PF=PF'$，且四边形 $AA'F'E$ 是平行四边形。$\therefore AA'=EF'$，即 $2AD=PE-PF$。

解析

1 如图，连接 AC 与 BD 相交于点 O，在 $\square ABCD$ 中，$OA=OC$，$OB=OD$，要使四边形 $AECF$ 为平行四边形，只需证得 $OE=OF$ 即可；A 选项中，若 $BE=DF$，则 $|OB-BE|=|OD-DF|$，即 $OE=OF$；B 选项中，若 $AE=CF$，则无法判断 $OE=OF$；C 选项中，$AF/\!/CE$ 能够利用“ASA”证明

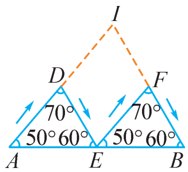


第 1 题图

$\triangle AOF \cong \triangle COE$，从而得到 $OE=OF$；D 选项中，$\angle BAE=\angle DCF$ 能够利用“ASA”证明 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 全等，从而得到 $DF=BE$，然后同 A 选项，可得 $OE=OF$，故选 B。

2 题图 22－2－16（1）中，甲行进的路线长度是 $AC+BC$。

题图 22－2－16（2）中，延长 AD 和 BF 交于点 I，如图所示。



第 2 题图

$\because \angle DEA=\angle B=60°$，

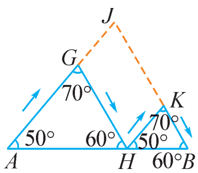
$\therefore DE /\!/ BI$，同理 $EF /\!/ AI$，

$\therefore$ 四边形 $IDEF$ 是平行四边形，

$\therefore EF=ID, DE=IF$，

$\therefore$ 乙行进的路线长度是 $AD+DE+EF+FB=AD+ID+IF+FB=AI+BI$。

题图 22－2－16（3）中，延长 AG 和 BK 交于点 J，如图所示。同理可得四边形 $JGHK$ 是平行四边形，$\therefore GH=JK, JG=HK$，



第 2 题图

$\therefore$ 丙行进的路线长度是 $AG+GH+HK+KB=AG+JG+JK+BK=AJ+BJ$。

易知 $\triangle ABC \cong \triangle ABI \cong \triangle ABJ$，

$\therefore AC+BC=AI+BI=AJ+BJ$，即三人行进路线长度的大小关系为甲＝乙＝丙。

3 ①当点 F 在线段 BM 上，且 $AE=FM$ 时，以 A,M,E,F 为顶点的四边形是平行四边形，

则有 $t=3t-(12-9)$，解得 $t=\frac{3}{2}$ s，

②当点 F 在线段 CM 上，且 $AE=FM$ 时，以 A,M,E,F 为顶点的四边形是平行四边形，

则有 $t=12-9-3t$，解得 $t=\frac{3}{4}$ s，

综上所述，当 $t=\frac{3}{4}$ s 或 $\frac{3}{2}$ s 时，以 A,M,E,F 为顶点的四边形是平行四边形。

4 $\because AF /\!/ BC$，$\therefore \angle AFE=\angle ECD$。$\because E$ 为 AD 的中点，$\therefore AE=DE$。在 $\triangle AEF$ 与 $\triangle DEC$ 中，

$$\begin{cases}\angle AFE=\angle DCE,\\ \angle AEF=\angle DEC,\\ AE=DE,\end{cases}\therefore \triangle AEF \cong \triangle DEC(\text{AAS}),$$

$\therefore AF=DC$。$\because D$ 是 BC 的中点，$\therefore BD=DC$，

$\therefore AF=BD$，$\therefore$ 四边形 $AFBD$ 是平行四边形，

$\therefore S_{四边形AFBD}=2S_{\triangle ABD}$。又 $BD=DC$，$\therefore S_{\triangle ABC}=2S_{\triangle ABD}$，$\therefore S_{四边形AFBD}=S_{\triangle ABC}$。$\because \angle BAC=90°$，$AB=4$，$AC=6$，$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot AC=\frac{1}{2}\times 4\times 6=12$，

$\therefore S_{四边形AFBD}=12$。

22.3 三角形的中位线

拔高题训练

正文 P161

答案

1 C　**2** C　**3** $\frac{\sqrt{3}}{2}$　**4** $270°-3\alpha$

5 （1）$\because$ 在 $\triangle ABC$ 中，M,N 分别是 AC,BC 的中点，

$\therefore MN /\!/ AB, MN=\frac{1}{2}AB, AM=MC=\frac{1}{2}AC$。

$\because \angle ADC=90°$，DM 为斜边 AC 上的中线，

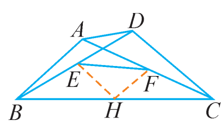
$\therefore DM=\frac{1}{2}AC$。$\because AB=AC$，$\therefore MN=DM$。

$\therefore \triangle DMN$ 是等腰三角形。

（2）$\because \angle CAD=30°$，AC 平分 $\angle BAD$，$\therefore \angle BAC=\angle CAD=30°$。$\because MN /\!/ AB$，$\therefore \angle NMC=\angle BAC=30°$。由（1）知 $DM=AM$，$\therefore \angle MAD=\angle MDA=30°$，$\therefore \angle DMC=60°$。$\therefore \angle DMN=\angle DMC+\angle NMC=60°+30°=90°$，$\therefore \triangle DMN$ 是等腰直角三角形。在 $\text{Rt}\triangle DMN$ 中，$DN^2=DM^2+MN^2$，$DM=MN=\frac{1}{2}AB=3$，$\therefore DN=3\sqrt{2}$。

6 （1）$DE /\!/ BC, DE=\frac{1}{2}BC$

（2）如图所示，取 BC 的中点 H，连接 EH,FH。



第 6 题图

$\because$ 点 E 为 BD 的中点，点 H 为 BC 的中点，$\therefore EH=\frac{1}{2}CD=3$，$EH /\!/ CD$，$\therefore \angle EHB=\angle BCD=40°$，同理，$FH=\frac{1}{2}AB=2$，$FH /\!/ AB$，$\therefore \angle FHC=\angle ABC=50°$，$\therefore \angle EHF=90°$，由勾股定理得，$EF=\sqrt{EH^2+FH^2}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$。

解析

1 $\because BN$ 平分 $\angle ABC$，$BN \perp AE$，$\therefore \angle NBA=\angle NBE$，$\angle BNA=\angle BNE$，在 $\triangle BNA$ 和 $\triangle BNE$ 中，

$$\begin{cases}\angle ABN=\angle EBN,\\ BN=BN,\\ \angle ANB=\angle ENB,\end{cases}\quad \therefore \triangle BNA \cong \triangle BNE(\text{ASA}),$$

$\therefore BA=BE$，$\therefore \triangle BAE$ 是等腰三角形，同理 $\triangle CAD$

是等腰三角形，∴ 点 N 是 AE 中点，点 M 是 AD 中点（三线合一），∴ MN 是 $\triangle ADE$ 的中位线，∵ $BE+CD=AB+AC=19-BC=19-7=12$，∴ $DE=BE+CD-BC=5$，∴ $MN=\frac{1}{2}DE=\frac{5}{2}$。

2 ∵ 连接 $\triangle ABC$ 三边中点构成第 2 个三角形，

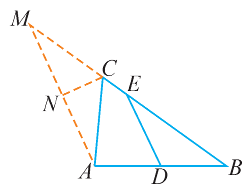
∴ 第 2 个三角形的周长为 $\frac{1}{2}=\frac{1}{2^{2-1}}$，

同理，第 3 个三角形周长为 $\frac{1}{4}=\frac{1}{2^{3-1}}$，

……

∴ 第 2 018 个三角形的周长为 $\frac{1}{2^{2\,018-1}}=\frac{1}{2^{2\,017}}$。

3 延长 BC 至点 M，使 $CM=CA$，连接 AM，作 $CN\perp AM$，垂足为点 N，如图所示。∵ D 是边 AB 的中点，∴ $AD=DB$。∵ DE 平分 $\triangle ABC$ 的周长，∴ $AD+CA+CE=BE+DB$，∴ $CM+CE=BE$，即 $ME=BE$。又 $AD=DB$，∴ $DE=\frac{1}{2}AM$，$DE/\!/AM$。∵ $\angle ACB=60°$，∴ $\angle ACM=120°$。∵ $CM=CA$，$CN\perp AM$，∴ $\angle ACN=60°$，$\angle CAN=30°$，$AN=MN$，∴ $AN=\frac{\sqrt{3}}{2}AC=\frac{\sqrt{3}}{2}$，∴ $AM=\sqrt{3}$，∴ $DE=\frac{\sqrt{3}}{2}$。



第 3 题图

4 ∵ $\angle ACD=90°$，$\angle D=\alpha$，∴ $\angle DAC=90°-\alpha$。
∵ AC 平分 $\angle BAD$，∴ $\angle BAC=\angle DAC=90°-\alpha$。
∵ $\angle ABC=90°$，E 是 AC 的中点，∴ $BE=AE=EC$，
∴ $\angle EBA=\angle EAB=90°-\alpha$，∴ $\angle CEB=180°-2\alpha$。
∵ E，F 分别为 AC，CD 的中点，∴ $EF/\!/AD$，
∴ $\angle CEF=\angle DAC=90°-\alpha$，∴ $\angle BEF=\angle CEB+\angle CEF=180°-2\alpha+90°-\alpha=270°-3\alpha$。

22.4 矩形

拔高题训练 → 正文 P169

答案

1 C　**2** D　**3** $\sqrt{17}$

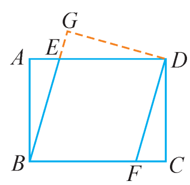
4 $(8,4)$ 或 $\left(\frac{5}{2},7\right)$

5 (1) ∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，
∴ $AB/\!/CD$，$AB=CD$，∴ $\angle AFC=\angle DCG$，
∵ $GA=GD$，$\angle AGF=\angle CGD$，
∴ $\triangle AGF\cong\triangle DGC$（AAS），∴ $AF=CD$，∴ $AB=AF$。
(2) 四边形 $ACDF$ 是矩形。理由：∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$\angle BCD=120°$，∴ $\angle BAD=\angle BCD=120°$，∴ $\angle FAG=60°$。∵ $AG=AB$，$AB=AF$，∴ $AG=AF$，∴ $\triangle AFG$ 是等边三角形，∴ $AG=GF$。∵ $AF=CD$，$AF/\!/CD$，∴ 四边形 $ACDF$ 是平行四边形，∴ $AD=2AG$，$FC=2GF$，∴ $AD=FC$，∴ 四边形 $ACDF$ 是矩形。

6 (1) 四边形 $EFGH$ 还是平行四边形。理由如下：连接 AC。∵ E，F 分别是 AB，BC 的中点，∴ $EF/\!/AC$，$EF=\frac{1}{2}AC$。∵ G，H 分别是 CD，AD 的中点，∴ $GH/\!/AC$，$GH=\frac{1}{2}AC$，∴ $EF/\!/GH$，$EF=GH$，∴ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形。
(2) 当 $AC\perp BD$ 时，四边形 $EFGH$ 是矩形。理由如下：由 (1) 可知四边形 $EFGH$ 是平行四边形，∵ E，F 分别是 AB，BC 的中点，∴ $EF/\!/AC$。∵ $AC\perp BD$，∴ $EF\perp BD$，∵ G，F 分别是 CD，BC 的中点，∴ $FG/\!/BD$。∵ $EF\perp BD$，∴ $EF\perp FG$，即 $\angle EFG=90°$，∴ 四边形 $EFGH$ 是矩形。

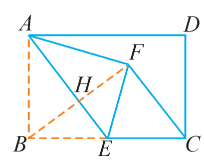
解析

1 如图所示，过点 D 作 $DG\perp BE$，DG 交 BE 的延长线于点 G，则 $GD=3$。
∵ $\angle A=\angle G$，$\angle AEB=\angle GED$，$AB=GD=3$，
∴ $\triangle AEB\cong\triangle GED$（AAS），∴ $AE=EG$。
设 $AE=EG=x$，则 $ED=4-x$。
在 $\mathrm{Rt}\triangle DEG$ 中，由勾股定理，得 $ED^2=GE^2+GD^2$，
即 $x^2+3^2=(4-x)^2$，解得 $x=\frac{7}{8}$。



第 1 题图

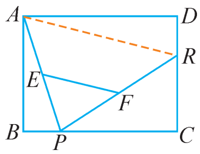
2 如图所示，连接 BF，交 AE 于点 H，则 $BH=FH$，$BF\perp AE$。
∵ $BC=6$，点 E 为 BC 的中点，
∴ $BE=3$。
又 $AB=4$，$\angle ABE=90°$，
∴ $AE=\sqrt{AB^2+BE^2}=5$。
由直角三角形的面积公式可知 $\frac{1}{2}AB\cdot BE=$



第 2 题图

$\frac{1}{2}BH \cdot AE$，$\therefore BH = \frac{12}{5}$，$\therefore BF = \frac{24}{5}$。$\because EF = BE = EC$，$\therefore \angle BFC = 90°$。$\therefore CF = \sqrt{BC^2 - BF^2} = \sqrt{6^2 - \left(\frac{24}{5}\right)^2} = \frac{18}{5}$。

3 如图所示，连接 AR。



第 3 题图

$\because E, F$ 分别是 AP, RP 的中点，

$\therefore EF$ 为 $\triangle APR$ 的中位线，

$\therefore EF = \frac{1}{2}AR$。$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，$\therefore AB = CD = 6$，$\angle D = 90°$。$\because CR = 2DR$，$\therefore DR = \frac{1}{3}CD = 2$。在 Rt$\triangle ADR$ 中，$AD = 8$，$DR = 2$，$\therefore AR = \sqrt{8^2 + 2^2} = 2\sqrt{17}$，$\therefore EF = \sqrt{17}$。

4 $\because$ 四边形 $OABC$ 是矩形，$B(8,7)$，$\therefore OA = BC = 8$，$OC = AB = 7$，$\because D(5,0)$，$\therefore OD = 5$，$\because$ 点 P 是边 AB 或边 BC 上的一点，$\therefore$ 当点 P 在 AB 边时，$OD = DP = 5$，$\because AD = 3$，$\therefore PA = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$，$\therefore P(8,4)$。当点 P 在边 BC 上时，只有 $PO = PD$，此时 $P\left(\frac{5}{2}, 7\right)$。综上所述，满足条件的点 P 坐标为 $(8,4)$ 或 $\left(\frac{5}{2}, 7\right)$。

22.5 菱形

拔高题训练 ——→ 正文 P175

答案

1 B　**2** C　**3** $18\sqrt{3}$

4 (1) $\because AD /\!/ BC$，$AE /\!/ CD$，

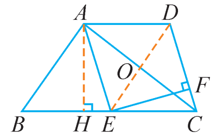
$\therefore$ 四边形 $AECD$ 是平行四边形，

又$\because \angle BAC = 90°$，$E$ 是 BC 的中点，

$\therefore AE = EC$，$\therefore$ 四边形 $AECD$ 是菱形。

(2) 方法一：过点 A 作 $AH \perp BC$，垂足为点 H，$\because \angle BAC = 90°$，$AB = 6$，$BC = 10$，$\therefore AC = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$。$\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AH = \frac{1}{2}AB \cdot AC$，$\therefore AH = \frac{6 \times 8}{10} = \frac{24}{5}$。$\because$ 点 E 是 BC 的中点，$BC = 10$，四边形 $AECD$ 是菱形，$\therefore CD = CE = 5$。$\because S_{\square AECD} = CE \cdot AH = CD \cdot EF$，$\therefore EF = AH = \frac{24}{5}$。

方法二：连接 ED 交 AC 于点 O，由题意得：$AC = 8$，计算得 $ED = 6$。$S_{\triangle ECD} = \frac{1}{2} \cdot DC \cdot EF = \frac{1}{2} \cdot ED \cdot OC$。计算得 $5EF = 6 \times 4$，$EF = \frac{24}{5}$。



第 4 题图

5 (1) 在 $\triangle DFC$ 中，$\angle DFC = 90°$，$\angle C = 30°$，$DC = 2t$，$\therefore DF = t$。又$\because AE = t$，$\therefore AE = DF$。

(2) 能。$\because AB \perp BC$，$DF \perp BC$，$\therefore AE /\!/ DF$。又$\because AE = DF$，$\therefore$ 四边形 $AEFD$ 是平行四边形。在 Rt$\triangle ABC$ 中，$BC = 5\sqrt{3}$，$\angle C = 30°$，设 $AB = x\ (x > 0)$，则 $AC = 2x$。$\because AB^2 + BC^2 = AC^2$，$\therefore x^2 + (5\sqrt{3})^2 = (2x)^2$，解得 $x = 5$，$\therefore AB = 5$，$AC = 10$。$\therefore AD = AC - DC = 10 - 2t$。若使▱$AEFD$ 为菱形，则需 $AE = AD$，即 $t = 10 - 2t$，解得 $t = \frac{10}{3}$。即当 $t = \frac{10}{3}$ 时，四边形 $AEFD$ 为菱形。

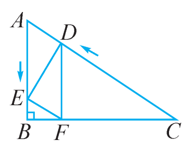
(3) 当 $t = \frac{5}{2}$ 或 4 时，$\triangle DEF$ 为直角三角形。理由如下：

①当 $\angle EDF = 90°$ 时，四边形 $EBFD$ 为矩形。

在 Rt$\triangle AED$ 中，$\angle ADE = \angle C = 30°$，

$\therefore AD = 2AE$，即 $10 - 2t = 2t$，解得 $t = \frac{5}{2}$。

②如图，当 $\angle DEF = 90°$，由 (2) 知 $EF /\!/ AD$，



第 5 题图

$\therefore \angle ADE = \angle DEF = 90°$。

$\because \angle A = 90° - \angle C = 60°$，

$\therefore \angle AED = 30°$，

$\therefore$ 在 Rt$\triangle ADE$ 中，$AD = \frac{1}{2}AE$，

即 $10 - 2t = \frac{1}{2}t$，解得 $t = 4$。

③当 $\angle EFD = 90°$ 时，由题意知此种情况不存在。

综上所述，当 $t = \frac{5}{2}$ 或 4 时，$\triangle DEF$ 为直角三角形。

解析

1 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，$\therefore AO = \frac{1}{2}AC$，$OB = \frac{1}{2}BD$，$AC \perp BD$，$\because AC : BD = 3 : 4$，$\therefore AO : OB = 3 : 4$，设 $AO = 3x$，$OB = 4x$，则 $AB = 5x$，$\because AB = 5$，$\therefore 5x = 5$，$x = 1$，$\therefore AC = 6$，$BD = 8$，$S_{菱形ABCD} = \frac{1}{2}AC \cdot$

$BD=CD\cdot AE$，$\therefore \frac{1}{2}\times6\times8=5AE$，$AE=\frac{24}{5}$。

2 $\because$ 菱形 $ABCD$ 的顶点 A 的坐标为 $(2,0)$，点 B 的坐标为 $(0,1)$，对角线 BD 与 x 轴平行，$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(4,1)$。当 $y=1$ 时，$x+3=1$，解得 $x=-2$，$\therefore$ 当点 D 向左平移 4 个单位长度时，点 D 在 OF 上；当点 D 向左平移 6 个单位长度时，点 D 在 EF 上。$\because$ 点 D 落在 $\triangle EOF$ 的内部（不包括 $\triangle EOF$ 的边），$\therefore 4<m<6$，$\therefore m$ 的值可能是 5。

3 连接 AC。由题意易知，▱$ABCD$ 是菱形，所以 $S_{菱形ABCD}=2S_{\triangle ABC}$。因为 $\angle ABC=60°$，$AB=BC$，所以 $\triangle ABC$ 为等边三角形。因为 $AD=AB=6$ cm，所以 $\triangle ABC$ 的高为 $3\sqrt{3}$ cm，所以 $S_{菱形ABCD}=2\times\frac{1}{2}\times3\sqrt{3}\times6=18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$。

22.6 正方形

变式题型

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形，$\therefore OB=OC$，$\angle ABO=\angle BCO=45°$，$\angle BOC=90°=\angle COH+\angle BOH$。$\because EG\perp FH$，$\therefore \angle BOE+\angle BOH=90°$，$\therefore \angle COH=\angle BOE$，$\therefore \triangle CHO\cong\triangle BEO(\text{ASA})$，$\therefore OH=OE$。同理可得 $OE=OF=OG=OH$，$\therefore OE+OG=OF+OH$，即 $EG=HF$。又 $EG\perp FH$，$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 为正方形。

拔高题训练

正文 P184

答案

1 C　**2** D　**3** $2\sqrt{34}$　**4** $3\sqrt{5}-3$

5 (1) $\because DE\perp BC$，$\therefore \angle DFB=90°$，

$\because \angle ACB=90°$，$\therefore \angle ACB=\angle DFB$，

$\therefore AC/\!/DE$，$\because m/\!/AB$，即 $CE/\!/AD$，

$\therefore$ 四边形 $ADEC$ 是平行四边形，$\therefore CE=AD$。

(2) 四边形 $BECD$ 是菱形。

理由：$\because D$ 为 AB 中点，$\therefore AD=BD$，

$\because CE=AD$，$\therefore BD=CE$，

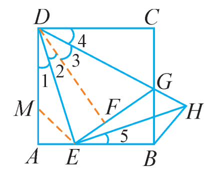
$\because BD/\!/CE$，$\therefore$ 四边形 $BECD$ 是平行四边形，

$\because \angle ACB=90°$，D 为 AB 中点，

$\therefore CD=BD$，$\therefore$ 四边形 $BECD$ 是菱形。

(3) 当 $\angle A=45°$ 时，四边形 $BECD$ 是正方形，理由如下：$\because \angle ACB=90°$，$\angle A=45°$，$\therefore \angle ABC=\angle A=45°$，$\therefore AC=BC$，$\because D$ 为 AB 中点，$\therefore CD\perp AB$，$\therefore \angle CDB=90°$，$\because$ 四边形 $BECD$ 是菱形，$\therefore$ 菱形 $BECD$ 是正方形，即当 $\angle A=45°$ 时，四边形 $BECD$ 是正方形。

6 (1) 如图，连接 DF。



第 6 题图

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形，

$\therefore DA=DC$，$\angle A=\angle C=\angle ADC=90°$。

$\because$ 点 A 关于直线 DE 的对称点为点 F，

$\therefore DF=DA=DC$，$\angle DFE=\angle A=90°$，

$\therefore \angle DFG=90°$。

在 Rt$\triangle DFG$ 和 Rt$\triangle DCG$ 中，$\begin{cases}DF=DC,\\DG=DG,\end{cases}$

$\therefore$ Rt$\triangle DFG\cong$ Rt$\triangle DCG(\text{HL})$，$\therefore GF=GC$。

(2) $BH=\sqrt{2}AE$。

证明：如图，在线段 AD 上截取 AM，使 $AM=AE$，连接 ME。

$\because AD=AB$，$\therefore DM=BE$。

由(1)得 $\angle1=\angle2$，$\angle3=\angle4$。

$\because \angle ADC=90°$，$\therefore \angle1+\angle2+\angle3+\angle4=90°$，

$\therefore 2\angle2+2\angle3=90°$，

$\therefore \angle2+\angle3=45°$，$\therefore \angle EDH=45°$。

又 $\because EH\perp DE$，$\therefore \angle EHD=45°$，$\therefore DE=EH$。

$\because \angle1+\angle AED=90°$，$\angle5+\angle AED=90°$，

$\therefore \angle1=\angle5$。

在 $\triangle DME$ 和 $\triangle EBH$ 中，$\begin{cases}DM=EB,\\\angle1=\angle5,\\DE=EH,\end{cases}$

$\therefore \triangle DME\cong\triangle EBH(\text{SAS})$，$\therefore ME=BH$。

$\because \angle A=90°$，$AM=AE$，$\therefore ME=\sqrt{2}AE$，

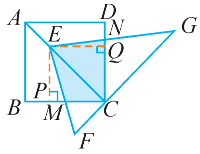
$\therefore BH=\sqrt{2}AE$。

解析

1 $\because$ 将线段 AB 绕它的中点 O 逆时针旋转 $\alpha°(0<\alpha<180)$ 得到线段 $A'B'$，$\therefore OA=OB=OA'=OB'$，$\therefore$ 四边形 $AA'BB'$ 是矩形，$\therefore \angle AA'B=90°$。

$\because \angle AOA' = \alpha° = 90°$ 时，$AB \perp A'B'$，$\therefore$ 四边形 $AA'BB'$ 是正方形，故 A，B，D 正确。故选 C。

2 作 $EP \perp BC$，垂足为 P，$EQ \perp CD$，垂足为 Q。



第 2 题图

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle BCD = 90°$

又$\because \angle EPM = \angle EQN = 90°$，

$\therefore \angle PEQ = 90°$，四边形 $PCQE$ 是矩形，

$\therefore \angle PEM + \angle MEQ = 90°$，

$\because \triangle FEG$ 是直角三角形，

$\therefore \angle NEF = \angle NEQ + \angle MEQ = 90°$，

$\therefore \angle PEM = \angle NEQ$。

$\because AC$ 是 $\angle BCD$ 的角平分线，

$\angle EPC = \angle EQC = 90°$，

$\therefore EP = EQ$，四边形 $PCQE$ 是正方形，

在 $\triangle EPM$ 和 $\triangle EQN$ 中，$\begin{cases} \angle PEM = \angle QEN, \\ EP = EQ, \\ \angle EPM = \angle EQN, \end{cases}$

$\therefore \triangle EPM \cong \triangle EQN$（ASA），$\therefore S_{\triangle EPM} = S_{\triangle EQN}$

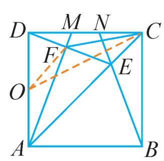
$\therefore$ 四边形 $EMCN$ 的面积等于正方形 $PCQE$ 的面积。

$\because$ 正方形 $PCQE$ 的面积 $= \frac{2}{3}a \cdot \frac{2}{3}a = \frac{4}{9}a^2$，

$\therefore$ 四边形 $EMCN$ 的面积 $= \frac{4}{9}a^2$，故选 D。

3 连接 AC，BD，AC，BD 相交于点 O。$\because$ 正方形 $AECF$ 的面积为 72，$\therefore AE = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$，$AC = 6\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 12$。$\because$ 菱形 $ABCD$ 的面积为 120，即 $\frac{1}{2}AC \times BD = 120$。$\because AC = 12$，$\therefore BD = 20$。$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，$\therefore AO = \frac{1}{2}AC = 6$，$BO = \frac{1}{2}BD = 10$，$\therefore AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = \sqrt{6^2 + 10^2} = 2\sqrt{34}$。

4 如图，在正方形 $ABCD$ 中，$AD = BC = CD$，$\angle ADC = \angle BCD$，$\angle DCE = \angle BCE$。



第 4 题图

在 Rt$\triangle ADM$ 和 Rt$\triangle BCN$ 中，

$\begin{cases} AD = BC, \\ AM = BN, \end{cases}$

$\therefore$ Rt$\triangle ADM \cong$ Rt$\triangle BCN$（HL），

$\therefore \angle DAM = \angle CBN$。

在 $\triangle DCE$ 和 $\triangle BCE$ 中，$\begin{cases} DC = BC, \\ \angle DCE = \angle BCE, \\ CE = CE, \end{cases}$

$\therefore \triangle DCE \cong \triangle BCE$（SAS），$\therefore \angle CDE = \angle CBE$，

$\therefore \angle DAM = \angle CDE$。$\because \angle ADF + \angle CDE = \angle ADC = 90°$，

$\therefore \angle ADF + \angle DAM = 90°$，$\therefore \angle AFD = 180° - 90° = 90°$。

取 AD 的中点 O，连接 OF，OC，则 $OF = DO = \frac{1}{2}AD = 3$。

在 Rt$\triangle ODC$ 中，$OC = \sqrt{DO^2 + DC^2} = 3\sqrt{5}$，根据三角形的三边关系，$OF + CF > OC$，

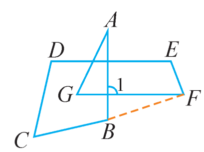
$\therefore$ 当 O，F，C 三点共线时，CF 的长度最小，最小值为 $OC - OF = 3\sqrt{5} - 3$。

22.7 多边形的内角和与外角和

变式题型

1 C 【解析】该正多边形的边数为 $360° \div 60° = 6$，则该正多边形的内角和为 $(6-2) \times 180° = 720°$。故选 C。

2 如图，连接 BF，则 $\angle ABF + \angle ABC + \angle C + \angle D + \angle E + \angle EFG + \angle GFB = 540°$。



变式 2 题图

$\because \angle ABF + \angle GFB = \angle 1 = \angle A + \angle G$，$\therefore \angle A + \angle ABC + \angle C + \angle D + \angle E + \angle EFG + \angle G = 540°$。

拔高题训练

正文 P190

答案

1 D　**2** B　**3** 540　**4** $60°$

5 (1) $\because 360° \div 180° = 2$，$630° \div 180° = 3 \cdots 90°$，

$\therefore$ 甲的说法对，乙的说法不对。

$\because 360° \div 180° + 2 = 2 + 2 = 4$，

$\therefore$ 甲同学说的边数 n 是 4。

(2)依题意,得$(n+x-2)\times180^\circ-(n-2)\times180^\circ=360^\circ$,解得$x=2$。故$x$的值是2。

6 (1)$\because \angle3,\angle4,\angle5,\angle6$是四边形的四个内角,

$\therefore \angle3+\angle4+\angle5+\angle6=360^\circ$,

$\therefore \angle3+\angle4=360^\circ-(\angle5+\angle6)$。

$\because \angle1+\angle5=180^\circ,\angle2+\angle6=180^\circ$,

$\therefore \angle1+\angle2=360^\circ-(\angle5+\angle6)$。

$\therefore \angle1+\angle2=\angle3+\angle4$。

(2)四边形的任意两个外角的和等于与它们不相邻的两个内角的和。

(3)由(1),知$\angle B+\angle C=\angle NAD+\angle MDA$。

$\because \angle B+\angle C=240^\circ$,

$\therefore \angle NAD+\angle MDA=240^\circ$。

$\because AE,DE$分别是$\angle NAD,\angle MDA$的平分线,

$\therefore \angle ADE=\frac{1}{2}\angle MDA,\angle DAE=\frac{1}{2}\angle NAD$。

$\therefore \angle ADE+\angle DAE=\frac{1}{2}(\angle MDA+\angle NAD)=\frac{1}{2}\times240^\circ=120^\circ$。$\therefore \angle E=180^\circ-(\angle ADE+\angle DAE)=180^\circ-120^\circ=60^\circ$。

解析

1 按题图所示的方式将一多边形剪去一个角,则新多边形的边数增加一条,所以其内角和比原多边形的内角和多180°,故选D。

2 $\because \angle1,\angle2,\angle3,\angle4$四个角的外角和为180°,$\angle5$的外角为60°,$\therefore \angle1+\angle2+\angle3+\angle4=4\times180^\circ-180^\circ=540^\circ$,$\angle5=120^\circ$,$\therefore \angle ABC+\angle CDE=(7-2)\times180^\circ-540^\circ-120^\circ=240^\circ$。

$\because BP,DP$分别平分$\angle ABC,\angle CDE$,

$\therefore \angle CBP+\angle CDP=\frac{1}{2}(\angle ABC+\angle CDE)=120^\circ$,

$\therefore \angle BPD=(4-2)\times180^\circ-\angle5-(\angle CBP+\angle CDP)=360^\circ-120^\circ-120^\circ=120^\circ$。

3 若从某个多边形的一个顶点出发的对角线共有2条,则将多边形分割为3个三角形,所以该多边形的内角和是$3\times180^\circ=540^\circ$。

4 正六边形每个内角为$\frac{(6-2)\times180^\circ}{6}=120^\circ$。因为纸盒的侧面均垂直于底面,所以$\angle AHA'=\angle AGA'=90^\circ$。由四边形$AGA'H$的内角和为360°,得$\angle GA'H=360^\circ-\angle AHA'-\angle AGA'-\angle HAG=360^\circ-90^\circ-90^\circ-120^\circ=60^\circ$。